

Cálculo da frequência natural de fundações superficiais de aerogeradores

Calculation of the natural frequency of wind turbines foundations surface

Calculo de la frecuencia natural de bases superficiales de hormigón de aerogeneradores

Calcul de la fréquence naturelle des fondations superficielles d'éoliennes

José Régis Vieira Coutinho 
j_regis_10@gmail.com
Universidade de Fortaleza (Unifor)

Ingyrd Cândido Melo 
ingrydcandido@gmail.com
Universidade de Fortaleza (Unifor)

Brígida Miola 
bmiola@unifor.br
Universidade de Fortaleza (Unifor)

Daniel Barros de Freitas 
danielbfreitas@unifor.br
Universidade de Fortaleza (Unifor)

Francisco de Assis Leandro Filho 
leandro.filho@ifce.edu.br
Instituto Federal do Ceará (IFCE)

Resumo

O avanço e a crescente demanda da tecnologia de conversão da energia elétrica a partir da energia do escoamento dos ventos contribuíram bastante no aumento das estruturas de turbinas eólicas. Atrelado a isso, houve o aumento das fundações para conseguir dar sustentação e estabilidade à estrutura dessas máquinas rotativas. O presente trabalho visa auxiliar no pré-dimensionamento de fundações superficiais no que diz respeito à obtenção da frequência natural de oscilação. Para isso, foram utilizados os *softwares* MatLab e Excel para simular numericamente gráficos de frequência natural em função da área da base da fundação superficial, do peso total do sistema e do tipo de solo empregado. A base teórica adotada para a análise abrange os métodos experimentais de Tschebotarioff e Ward, e de Alpan, além dos métodos teóricos de Lysmer e Richart, e de Nagendra e Sridharan. O cálculo da frequência natural de fundações superficiais de turbinas eólicas se mostrou satisfatório para todos os métodos, o que é importante para dimensionar a fundação superficial como medida preventiva de efeitos ressonantes.

Palavras-chave: Frequência natural. Fundação. Aerogerador.

Abstract

The advancement and the growing demand of electricity conversion technology from the energy flow of the winds contributed significantly in increasing of wind turbine structures. In addition, linked to that, there was an increase of foundations to be able to give support and stability of these rotating machines. This work aims to assist in the preliminary design of shallow foundations to getting the natural oscillation frequency. For this was used the MatLab software and Excel to do graphs in a numerical simulate of natural frequency in function to the base area of the foundation surface, in function of the total weight of the system and the type of soil used. The theoretical basis adopted for the analysis covers the empirical methods of Tschebotarioff and Ward, and Alpan; and the scientific methods Lysmer and Richart, and Nagendra and Sridharan. The calculation of the natural frequency of surface foundations of wind turbines proved satisfactory for all methods, which is important for dimensioning the surface foundation as a preventive measure of resonant effects.

Keywords: Natural frequency. Foundation. Wind turbine.

Resumen

El avance y la creciente demanda de la tecnología de conversión de la energía eléctrica a partir de la energía del flujo de los vientos contribuyeron bastante para el incremento de las

estructuras de turbinas eólicas. Y, junto a esto, hubo el aumento de las bases de hormigón para lograr soporte y estabilidad para la estructura de estas maquinas rotativas. Este trabajo tiene el objetivo de auxiliar en el pre dimensionamiento de bases superficiales de hormigón a lo que se refiere a la obtención de la frecuencia natural de oscilación. Para esto, fueron utilizados los softweres MatLab y Excel para simular numéricamente gráficos de frecuencia natural en función del área del suelo de la base superficial de hormigón. La base teórica adoptada para el análisis abarca los métodos experimentales de Tschebotarioff y Ward, y de Alpan; y también los métodos teóricos de Lysmer y Richart, y de Nagendra y Sridharan. El cálculo de la frecuencia natural de bases superficiales de hormigón para turbinas eólicas se mostró satisfactorio para todos los métodos, lo que es importante para dimensionar la base superficial de hormigón como medida preventiva de efectos resonantes.

Palabras-clave: Frecuencia natural. Base de hormigón. Aerogenerador.

Résumé

L'avancement et la demande croissante de technologie de conversion de l'énergie électrique à partir de l'énergie éolienne ont grandement contribué à l'augmentation des structures d'éoliennes. Parallèlement, les fondations ont été renforcées pour pouvoir soutenir et stabiliser la structure de ces machines rotatives. Le présent travail a pour but d'aider à pré-dimensionner des fondations superficielles par rapport l'obtention de la fréquence d'oscillation naturelle. Pour cela, les logiciels MatLab et Excel ont été utilisés pour simuler numériquement des graphiques de fréquence naturelle en fonction de la surface de la base de la fondation, du poids total du système et du type de sol. La base théorique adoptée pour l'analyse couvre les méthodes expérimentales de Tschebotarioff et Ward et d'Alpan ; ainsi que les méthodes théoriques de Lysmer et Richart, de Nagendra et Sridharan. Le calcul de la fréquence naturelle des fondations superficielles des éoliennes s'est révélé satisfaisant pour toutes les méthodes, ce qui est important pour le dimensionnement de la fondation en tant que mesure préventive des effets de résonance.

Mots-clés: Fréquence propre. Fondation. Éolienne

1 Introdução

A exploração da energia elétrica pelo homem vem sofrendo grandes avanços no que diz respeito à utilização de fontes limpas. A energia eólica é uma delas, e tem se tornado importante matriz energética em comunidades remotas ou costeiras que fazem uso dessa tecnologia.

Diversos estudos têm sido feitos para desenvolver a tecnologia de captação de energia dos ventos desde sua criação. Hoje, na literatura, se tem um bom amadurecimento nas áreas de viabilidade socioeconômica, construção e desenvolvimento de aerogeradores, e estudos de potencial eólico de determinadas regiões, porém há poucos estudos relacionados às vibrações de fundações de aerogeradores e isso é importante para a vida útil da estrutura ou, até mesmo, para a sua estabilidade estrutural.

Há muito não havia uma preocupação acerca dos fenômenos ressonantes e da construção de grandes estruturas (algumas delas ainda em construção), as quais foram levadas à ruína devido aos efeitos do vento e outros agentes externos de excitação. Há casos famosos, como a ponte Broughton (1831), que caiu enquanto tropas inglesas marchavam sobre ela, como resultado de uma excitação igual à oscilação natural da estrutura, e a ponte Tacoma Narrows (1940), que foi levada ao colapso devido aos efeitos ressonantes provocados pelo vento.

A principal motivação para o desenvolvimento deste trabalho foi a possibilidade de fazer um pré-dimensionamento da fundação de um aerogerador que possibilite obter os possíveis valores de frequência natural de acordo com suas dimensões. Poder difundir e contribuir com o amadurecimento acerca das vibrações e efeitos ressonantes de vibração de fundações de turbinas eólicas foi também um fator ponderador na composição deste trabalho.

Dessa forma, este trabalho objetiva analisar numericamente as fundações superficiais de turbinas eólicas no tocante ao cálculo da frequência natural. Para isso, serão determinadas as frequências naturais tomando como base quatro modelos (experimentais e teóricos) utilizados para o cálculo da frequência natural de máquinas rotativas.

2 Metodologia

A metodologia adotada no trabalho consistiu em uma revisão bibliográfica sobre o objeto em estudo, que é o cálculo da frequência natural de vibração de fundações superficiais de turbinas eólicas. Para a obtenção da frequência, foram utilizados os *softwares* MatLab e Excel para a confecção de gráficos e funções que representem o comportamento da estrutura em questão, considerando os principais modelos de cálculo presentes na literatura (SAMANVORAKIJ, S.; KUMKRATUG, 2013).

Este trabalho tem como principal fator motivador fazer com que esses métodos sejam aplicados no pré-dimensionamento de fundações superficiais de aerogeradores de forma simplificada através de formas gráficas do tipo ábaco para os diversos tipos de possibilidades, tais quais: o peso total da estrutura de uma turbina eólica, a área da base da fundação e o solo de assentamento, entre outros parâmetros.

Para este estudo foi realizado um pré-dimensionamento da fundação de um aerogerador que possibilite obter os possíveis valores de frequência natural de acordo as suas dimensões. Métodos matemáticos para o cálculo de frequência natural da fundação de aerogeradores já existem na literatura, porém com uma linguagem e referencial teórico rebuscado.

Foram usados quatro métodos, dos quais dois são empíricos e os outros dois são científicos (teóricos). Este trabalho toma como base o método de Tschebotarioff e Ward (1948 *apud* GAZETAS, 1983), o método de Alpan (1961), o método de Lysmer e Richart (1966) e o método de Nagendra e Sridharan (1981).

2.1 Método de Tschebotarioff e Ward

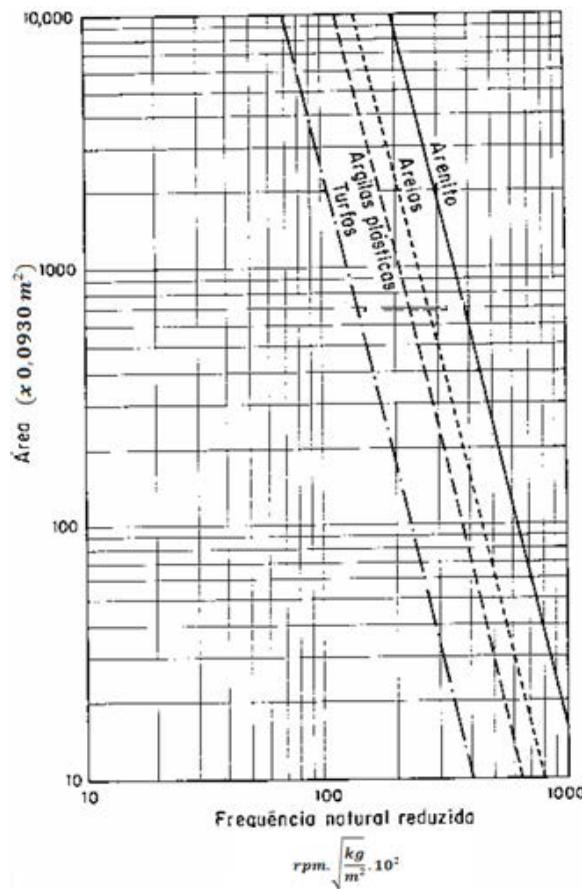
O método de Tschebotarioff e Ward (1948 *apud* GAZETAS, 1983) faz uma estimativa da frequência natural f_n da fundação superficial em relação ao peso do sistema P e à área da fundação A , porém utiliza um parâmetro chamado frequência natural reduzida, que também depende da área da base da fundação e do tipo de solo, como expresso na Eq. (1).

$$f_n = f_{nr} \sqrt{\frac{A}{P}} \quad \text{Equação 1}$$

Foram obtidas as frequências naturais através da interpretação gráfica, na qual os valores de área correspondem ao eixo das ordenadas; as curvas de distribuição correspondem aos diversos pesos de estruturas de aerogeradores, juntamente com o peso da fundação; e o eixo das abscissas corresponde aos valores de frequência natural.

Tendo em vista essa variação da frequência natural reduzida, foi utilizado o gráfico ilustrado na Fig.1 para se determinar a função da curva que representasse a área da fundação para cada tipo de solo.

Figura 1. Gráfico de obtenção da frequência natural reduzida.



Fonte: Adaptado de Srinivasulu e Vaidyanathan (1976).

O procedimento consistiu em pegar 5 pontos ao longo de cada curva, processar os valores de suas coordenadas e confeccionar o gráfico, juntamente com a equação da curva e, finalmente, substituir essa equação (que depende da área) na equação principal da frequência natural (RODDIER, 2010).

2.2 Método de Alpan

O método de Alpan (1961) estabelece a frequência natural f_n a partir do peso total da estrutura P_v , da área da fundação A e de um parâmetro que depende do tipo de solo de assentamento a' . A sua equação se dá por Eq. (2):

$$f_n = \frac{a'}{\sqrt{P_v}} \cdot A^{0,25}$$

Equação 2

Para que a extrapolação gráfica fosse possível, a frequência natural dependeu, então, de duas variáveis, sendo o eixo das abscissas representado pelos valores de frequência natural (objeto de estudo) e o eixo das ordenadas representado pelos valores de área da base da fundação, e o peso total do sistema seria representado por um conjunto de curvas, de acordo com seus possíveis valores (HOULSBY, 2005).

2.3 Método de Lysmer e Richart

Diferentemente dos métodos empíricos, nos quais se podia generalizar as características de cada tipo de solo, o método de Lysmer e Richart (1966) abrange mais características, como coeficiente de Poisson, massa específica do solo e módulo de deformação cisalhante. Assim, dado um mesmo solo, como os arenitos,

pode-se ter diversos valores de módulo de deformação cisalhante (valores obtidos através de experimentação *in loco*). Apesar dos valores de massa específica e coeficiente de Poisson também variarem, seus valores são bem próximos.

No método de Lysmer e Richart (1966), o solo é considerado como sendo um semiespaço elástico e é utilizada uma metodologia científica de cálculo.

A frequência natural não amortecida da fundação pode ser obtida através da seguinte expressão Eq. (3):

$$f_n = \frac{1}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{G \cdot r_0}{m \cdot (1 - \nu)}} \quad \text{Equação 3}$$

Em que f_n é a frequência natural da fundação, G é o módulo de deformação cisalhante, r_0 é o raio equivalente, m é a massa do sistema (fundação + estrutura) e ν é o coeficiente de Poisson.

O raio equivalente pode ser obtido através da expressão abaixo, Eq. (4):

$$r_0 = \sqrt{\frac{A}{\pi}} \quad \text{Equação 4}$$

Em que "A" é a área da base da fundação.

Fazendo-se uma substituição da Equação (4) em (3) tem-se a Eq. (5):

$$f_n = \frac{1}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{G \cdot \left(\sqrt{\frac{A}{\pi}}\right)}{m \cdot (1 - \nu)}} \quad \text{Equação 5}$$

A frequência natural amortecida se dá pela Eq. (6):

$$f'_n = f_n \cdot \sqrt{(1 - D^2)} \quad \text{Equação 6}$$

Em que "D" é a razão de amortecimento e pode ser obtida através da Equação (7):

$$D = \frac{0,425}{\sqrt{B_z}} \quad \text{Equação 7}$$

Sendo "B_z" a razão de massa modificada e obtida por Eq. (8):

$$B_z = \frac{m \cdot (1 - \nu)}{4 \cdot \rho \cdot r_0^2} \quad \text{Equação 8}$$

Substituindo a Equação (4) em (8) e o resultado dessa substituição na equação (7), tem-se Eq. (9):

$$D = \frac{0,425}{\sqrt{\frac{m \cdot (1 - \nu)}{4 \cdot \rho \cdot \left(\frac{A}{\pi}\right)}}} \quad \text{Equação 9}$$

Finalmente, substituindo-se a Equação (5) e (9) na Eq. (6), tem-se Eq. (10):

$$f'_n = \left(\frac{1}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{G \cdot \left(\sqrt{\frac{A}{\pi}}\right)}{m \cdot (1 - \nu)}}\right) \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0,425}{\sqrt{\frac{m \cdot (1 - \nu)}{4 \cdot \rho \cdot \left(\frac{A}{\pi}\right)}}}\right)^2} \quad \text{Equação 10}$$

Fazendo-se uma simplificação algébrica, tem-se Eq. (11):

$$f'_n = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\sqrt{\frac{G \cdot \left(\sqrt{\frac{A}{\pi}} \right)}{m \cdot (1 - \nu)} \cdot \left(1 - \frac{0,724 \rho \cdot A}{\pi \cdot m \cdot (1 - \nu)} \right)} \right) \quad \text{Equação 11}$$

Os parâmetros do solo como módulo de deformação cisalhante G , coeficiente de Poisson ν e massa específica do solo ρ , são obtidos de forma experimental através de ensaios de campo. Além do mais, existem inúmeras possibilidades de valores dessas constantes para os diversos tipos de solos e localidades.

Foram tomados como base os parâmetros de solos de areias de dunas, já que são as localidades que mais dominam na implantação de parques eólicos devido ao potencial eólico de faixas costeiras.

Para fazer uma estimativa simplificada da frequência natural amortecida através do método de Lysmer e Richart, foram adotados os seguintes parâmetros (Tabela 1 e 2):

Tabela 1. Valores médios de parâmetros dos solos de areias de dunas.

	Varia entre:
Coefficiente de Poisson	0,3 e 0,35
Módulo de deformação cisalhante (MPa)	186 e 365
Massa específica do solo (kg/m ³)	1700

Fonte: Adaptado de Moura (2007).

Tabela 2. Valores adotados para os parâmetros dos solos de areias de dunas.

	Valores adotados
Coefficiente de Poisson	0,33
Módulo de deformação cisalhante (MPa)	200, 300 e 400
Massa específica do solo (kg/m ³)	1700

Fonte: Adaptado de Moura (2007).

Substituindo os dados da Tabela 2 na Eq. (11) e deixando apenas a área, o peso e o módulo de deformação cisalhante como variáveis, tem-se Eq. (12):

$$f'_n = 0,292 \cdot \left(\sqrt{\frac{G \cdot \sqrt{A}}{m} \cdot \left(1 - \frac{585,037 \cdot A}{m} \right)} \right) \quad \text{Equação 12}$$

O procedimento de cálculo consistiu em dividir a problemática em 3 casos, e cada caso considera um valor de módulo de deformação cisalhante.

2.4 Método de Nagendra e Sridharan

Neste método a frequência natural amortecida da fundação pode ser obtida através de uma expressão que correlaciona a constante elástica “ k ”, a constante de amortecimento “ c ” e a massa “ m ” do sistema massa-mola, Eq. (13):

$$f'_n = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\left(\frac{k}{m} - \frac{c^2}{4 \cdot m^2} \right)} \quad \text{Equação 13}$$

Em que a constante elástica “ k ” é obtida por Eq. (14):

$$k = \frac{\pi \cdot G \cdot r_0}{1 - \nu} \quad \text{Equação 14}$$

Onde “ G ” é o módulo de deformação cisalhante, “ ν ” é o coeficiente de Poisson e “ r_0 ” é o raio equivalente. A constante de amortecimento “ c ” é dada pela Eq. (15)::

$$c = \frac{2,117 \cdot r_0^2 \cdot \sqrt{G \cdot \rho}}{1 - \nu} \quad \text{Equação 15}$$

Em que é a massa específica do solo.

Substituindo as Equações (14) e (15) em (13), tem-se Eq. (16):

$$f'_n = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot G \cdot r_0}{1 - \nu} \cdot \frac{1}{m} - \frac{(2,117 \cdot r_0^2 \cdot \sqrt{G \cdot \rho})^2}{4 \cdot m^2}} \quad \text{Equação 16}$$

Sabendo-se que e fazendo-se uma manipulação algébrica, tem-se Eq. (17)::

$$f'_n = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot G \cdot m \cdot \sqrt{A}}{\sqrt{\pi}(1 - \nu)} - \left(\frac{4,354 \cdot A \cdot m \cdot \sqrt{G \cdot \rho}}{\pi \cdot (1 - \nu)} \right)^2} \quad \text{Equação 17}$$

Da mesma forma que no método de Lysmer e Richart (1966), foram adotados os seguintes parâmetros (Tabela 3 e 4):

Tabela 3. Valores médios de parâmetros dos solos de areias de dunas.

	Varia entre:
Coefficiente de Poisson	0,3 e 0,35
Módulo de deformação cisalhante (MPa)	186 e 365
Massa específica do solo (kg/m ³)	1700

Tabela 4. Valores adotados para os parâmetros dos solos de areias de dunas.

	Valores adotados
Coefficiente de Poisson	0,33
Módulo de deformação cisalhante (MPa)	200, 300 e 400
Massa específica do solo (kg/m ³)	1700

Substituindo os valores das constantes na Equação (18), tem-se::

$$f'_n = 0,159 \cdot \sqrt{2,645 \cdot G \cdot m \cdot \sqrt{A} - 7281,433 \cdot A^2 \cdot m^2 \cdot G} \quad \text{Equação 18}$$

O procedimento também consistiu em dividir a situação problema em 3 casos, de acordo com o valor de módulo de deformação cisalhante.

A partir de cada modelo, a problemática foi discretizada em casos nos quais a obtenção da frequência natural da fundação se dava em função da área de sua base, do peso total do sistema e do tipo de solo empregado (BHATTACHARYA, 2013; ADHIKARI, S.; BHATTACHARYA, S., 2012):

• **Método de Tschebotarioff e Ward e método de Alpan:**

- ✓ Caso 1: Obtenção da frequência natural, dado um solo de assentamento composto por turfas.
- ✓ Caso 2: Cálculo da frequência considerando solos compostos por argilas plásticas;
- ✓ Caso 3: Frequência a partir de solos compostos de areias;
- ✓ Caso 4: Obtenção da frequência de um solo composto por arenitos.

• **Método de Lysmer e Richart e método de Nagendra e Sridharan.**

- ✓ Caso 1: Obtenção da frequência natural amortecida, considerando o solo como sendo areias cujo valor de módulo de deformação cisalhante de 200 MPa.
- ✓ Caso 2: Cálculo da frequência para areias cujo valor do módulo de deformação cisalhante de 300 MPa.
- ✓ Caso 3: Obter a frequência de um solo de areia no qual o valor do módulo de deformação cisalhante é de 400 MPa.

3 Resultados e Discussão

3.1 Método de Tschebotarioff e Ward

3.1.1 Caso 1 (solos de turfas)

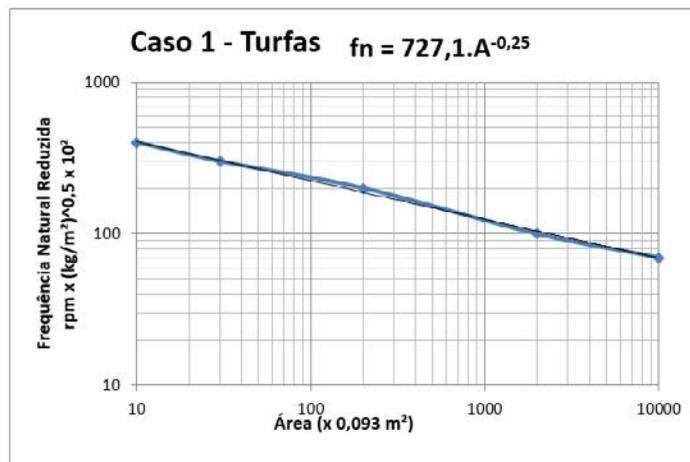
Para o caso 1, fez-se uma leitura das coordenadas de 5 pontos Tab.(5) ao longo da curva que representa os solos de turfas, e os dados foram agrupados no Excel para a construção da equação.

Tabela 5. Coordenadas de frequência natural reduzida em função da área da base da fundação para solos de turfas.

Área da base (x 0.0930m ²)	Frequência natural reduzida (x 10 ² rpm)
10	400
30	300
200	200
2000	100
10000	70

Em seguida, foi gerado um gráfico no Excel para a confecção da curva para solos de turfas Fig.2.

Figura 2. Gráfico da função da curva para solos de turfas.



Posteriormente, fez-se necessário substituir a equação do gráfico acima na equação principal da frequência natural Eq. (19), portanto:

$$f_n = \left(727,1 \cdot \left(\frac{A}{0,093} \right)^{-0,25} \right) \sqrt{\frac{A}{P}} \cdot 100 \tag{Equação 19}$$

Fazendo-se uma simplificação algébrica, a equação acima passou a ser expressa pela Eq. (20):

$$f_n = 40152,71 \cdot \sqrt[4]{\frac{A}{P^2}} \tag{Equação 20}$$

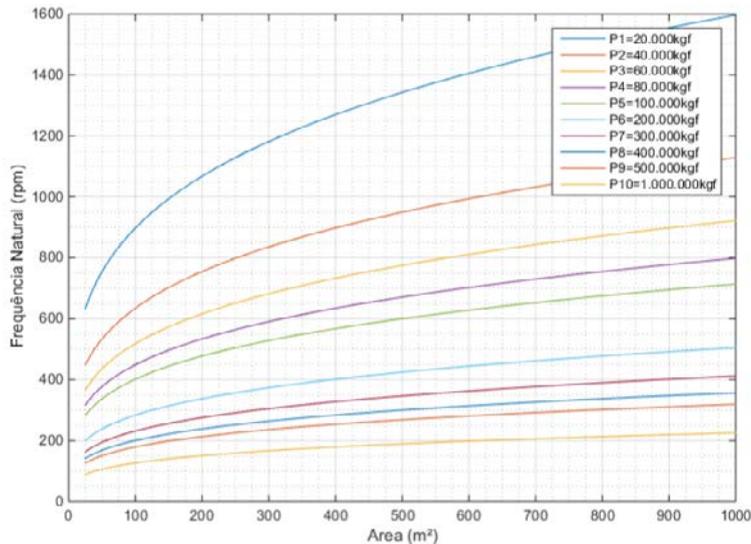
Após esse procedimento, fez-se uso do MatLab para a extrapolação gráfica da frequência natural em função da área da base da fundação para vários pesos (turbina + fundação) Tab.(6):

Tabela 6. em função da área para solos de turfas e diversos pesos.

Fn (rpm)	Peso(10 ³ kgf)									
	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉	P ₁₀
$f_n = 40152,71 \cdot \sqrt[4]{\frac{A}{P^2}}$	20	40	60	80	100	200	300	400	500	1000

No caso 1, percebe-se que, à medida que a área da base da fundação aumenta para um dado peso, a frequência natural também aumenta, mas de maneira não linear, pois se trata de uma função de potência Fig.3.

Figura 3. Curva da frequência natural para solos turfos pelo método de Tschebotarioff e Ward.



O peso da turbina eólica, juntamente com o da fundação, também influencia bastante nos valores de frequência natural, pois, como exposto no gráfico, quanto maior for o peso do conjunto, dada a mesma área, menor será o valor da frequência natural.

O valor da constante de proporcionalidade (40.152,71) entre a frequência natural e a área foi obtido através da interpolação gráfica da frequência natural reduzida em função da área.

3.1.2 Caso 2

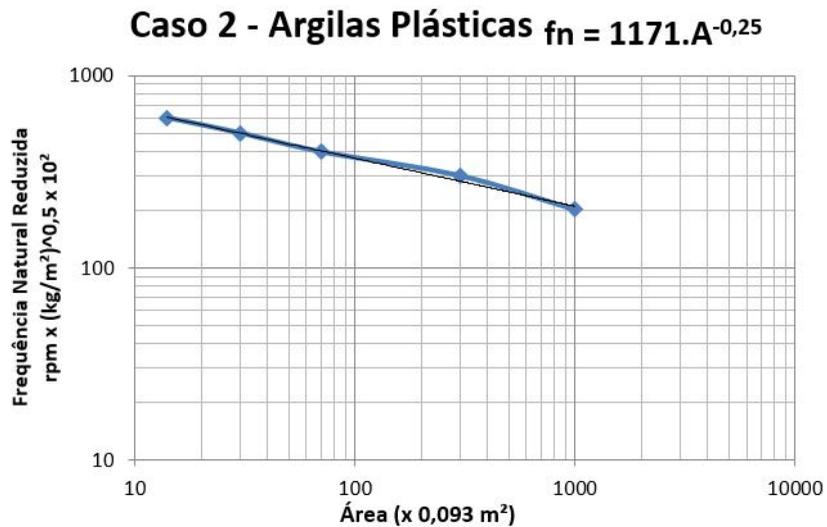
No caso 2 também foi feita uma leitura de coordenadas de 5 pontos ao longo da curva, pois o solo de argila plástica possui outra função de curva Tab.(7).

Tabela 7. Coordenadas de frequência natural reduzida em função da área da base da fundação para solos de argilas plásticas.

Área da base (x 0.0930m ²)	Frequência natural reduzida (x 10 ² rpm)
600	14
500	30
400	70
300	300
200	1000

Correspondendo ao conjunto de pontos foi traçado o gráfico abaixo Fig. 4.

Figura 4. Gráfico da função da curva para solos de argilas plásticas.



Substituindo a equação mostrada no gráfico acima na equação da frequência natural, tem-se a Eq.(21):

$$f_n = \left(1171. \left(\frac{A}{0,093} \right)^{-0,25} \right) \sqrt{\frac{A}{P}} \cdot 100 \tag{Equação 21}$$

Fazendo-se uma simplificação algébrica, a equação acima passa a ser expressa pela Eq. (22):

$$f_n = 64666,24. \sqrt[4]{\frac{A}{P^2}} \tag{Equação 22}$$

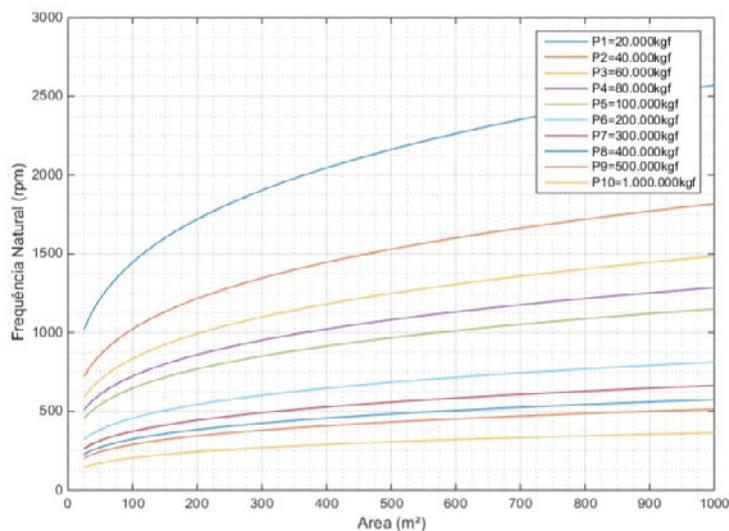
Após esse procedimento, fez-se uso do MatLab para processar essa equação em função da área para vários pesos de estrutura, como explicitado na Tab.(8):

Tabela 8. em função da área para solos de turfas e diversos pesos.

Fn (rpm)	Peso(10 ³ kgf)	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉	P ₁₀
$f_n = 64666,24 \cdot \sqrt[4]{\frac{A}{P^2}}$		20	40	60	80	100	200	300	400	500	1000

No caso 2, a curva representativa de solos compostos por argilas plásticas apresentou a seguinte disposição Fig. 5:

Figura 5. Curva da frequência natural para solos argilosos plásticos pelo método de Tschebotarioff e Ward.



Nota-se que, neste caso, em que o solo é composto por argilas plásticas, gerou uma curva representativa com maiores valores de frequência natural em relação ao solo composto por turfas, já que o valor da constante de proporcionalidade obtida passou de 40.152,71 para 64.666,24.

3.1.3 Caso 3 (solos de areias)

Fazendo-se o mesmo processo das subseções anteriores, para solos de areia, tem-se as coordenadas, de acordo com a Tab.(9):

Tabela 9. Coordenadas de frequência natural reduzida em função da área da base da fundação para solos de areias.

Área da base (x 0.0930m ²)	Frequência natural reduzida (x 10 ² rpm)
600	14
500	30
400	70
300	300
200	1000

Ao processar esses dados, gerar a curva e obter a função da equação dessa curva, tem-se que a frequência natural reduzida pode ser definida pela seguinte Eq. (23):

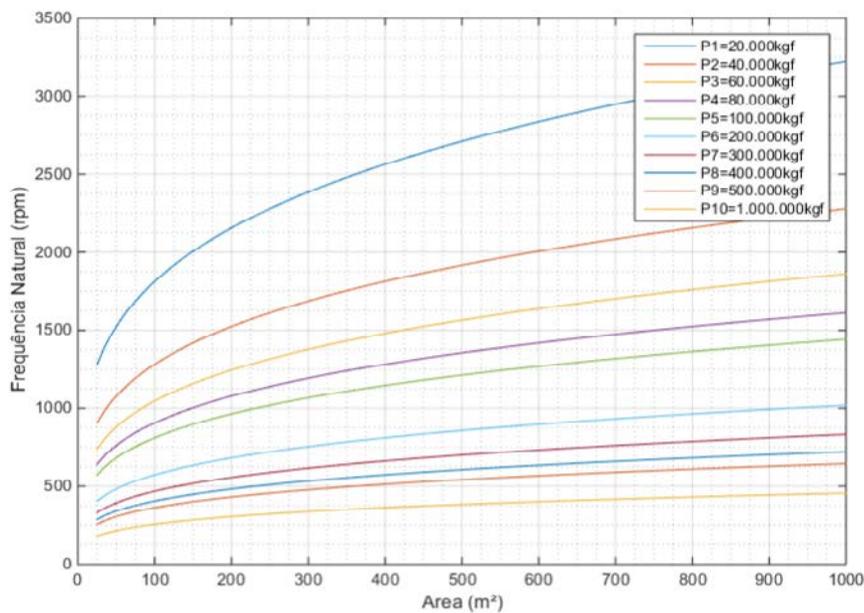
$$f_{nr} = \left(1468 \cdot \left(\frac{A}{0,093} \right)^{-0,25} \right) \cdot 100 \tag{Equação 23}$$

Substituindo a equação acima na principal, tem-se que a frequência natural se dá por Eq. (24):

$$f_n = 81067,5 \cdot \sqrt[4]{\frac{A}{P^2}} \tag{Equação 24}$$

Percebe-se que, à medida que as características do solo se tornam melhores, o coeficiente de proporcionalidade aumenta. Por conta disso, os valores de frequência natural da fundação também aumentam Fig. (6).

Figura 6. Curva da frequência natural para solos arenosos pelo método de Tschebotarioff e Ward.



3.1.4 Caso 4 (solos de arenitos)

Usando as coordenadas da Tab.(10) e processando os dados, tem-se que a equação da frequência natural reduzida se dá pela Eq.(25), como mostrados a seguir.

Tabela 10. Coordenadas de frequência natural reduzida em função da área da base da fundação para solos de arenitos.

Área da base (x 0.0930m²)	Frequência natural reduzida (x 10² rpm)
40	800
70	700
600	400
2000	300
9000	200

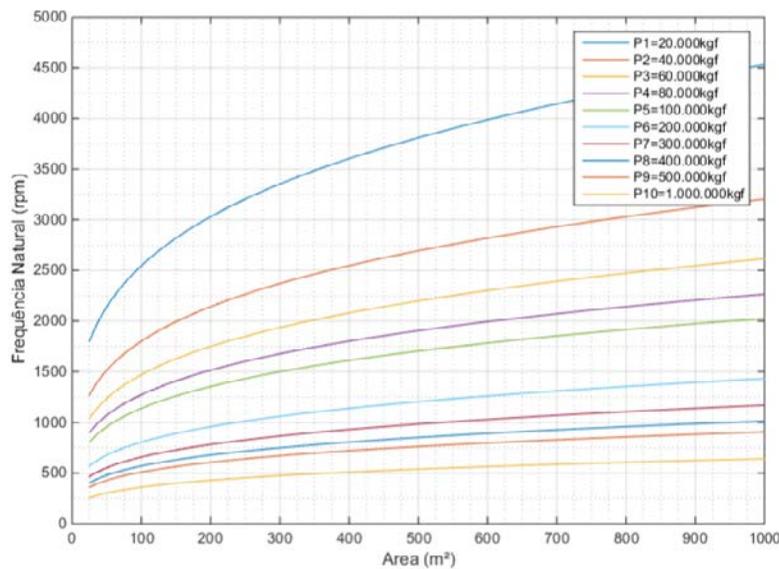
$$f_{nr} = \left(2063 \cdot \left(\frac{A}{0,093} \right)^{-0,25} \right) \cdot 100 \tag{Equação 25}$$

Substituindo a frequência natural reduzida na equação da frequência natural, tem-se que Eq. (26):

$$f_n = 113925,24 \cdot \sqrt[4]{\frac{A}{P^2}} \tag{Equação 26}$$

A constante de proporcionalidade para esse tipo de solo, quando comparada aos solos anteriores, assumiu maior valor, o que acarreta em maiores valores de frequência natural Fig. 7.

Figura 7. Curva da frequência natural para solos de arenitos pelo método de Tschebotarioff e Ward.



3.2 Método de Alpan

3.2.1 Caso 1 (solos de turfas)

Para o caso 1, fora considerado o solo de assentamento da fundação da turbina eólica como sendo de turfas, e o valor do parâmetro do solo a' é de 39000. Fazendo-se uma substituição numérica simples na Eq.(27), tem-se:

$$f_n = \frac{39000}{\sqrt{P_v}} \cdot A^{0,25} \tag{Equação 27}$$

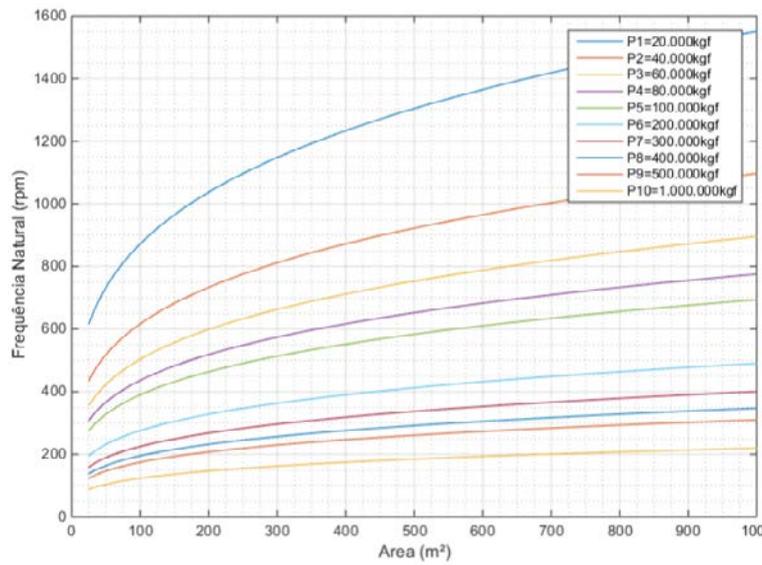
Ao incluir a função acima no MatLab, seria necessário definir os limites do eixo das ordenadas (variação de área de 20 a 1000m²) e os possíveis valores de peso (variação de 2.10⁴ a 10⁶ kgf) para que fossem traçadas dez curvas representativas, como exposto na Tab.11:

Tabela 11. f_n em função da área para solos de turfas e diversos pesos

Fn (rpm)	Peso(10³kgf)									
	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉	P ₁₀
$f_n = \frac{39000}{\sqrt{P}} \cdot A^{0,25}$	20	40	60	80	100	200	300	400	500	1000

É fácil notar que a função representativa para os solos de turfas nesse método é bem próxima do método de Tschebotarioff e Ward. (1948, apud GAZETAS,1983). Ao se fazer uma comparação numérica, o método de Alpan apresentará valores de frequência natural 2,96% menores que os obtidos pelo método de Tschebotarioff Fig. 8.

Figura 8. Curva da frequência natural para solos turfos pelo método de Alpan.



3.2.2 Caso 2 (solos de argilas plásticas)

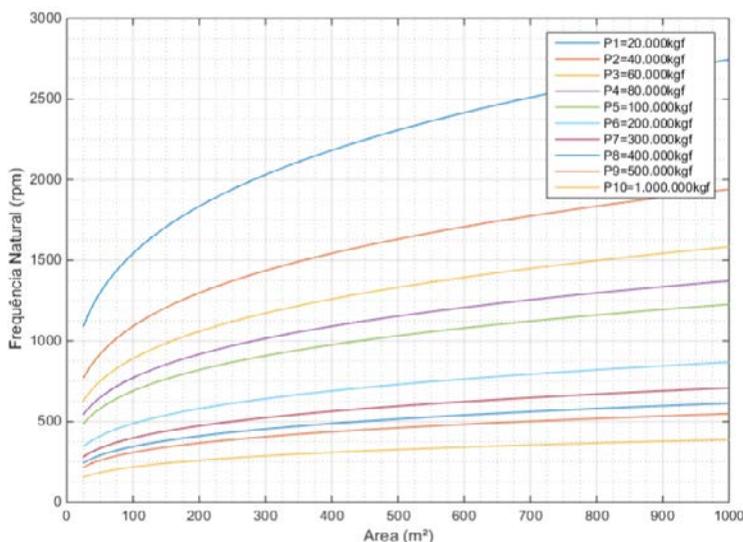
O valor do parâmetro do solo para argilas plásticas assume valor de 69000. O mesmo processo do caso 1 fora repetido, considerando o mesmo limite de área e a mesma variação dos valores de peso total do sistema, como representado na Tab.(12):

Tabela 12. f_n em função da área para argilas plásticas e diversos pesos.

f_n (rpm)	Peso (10^3 kgf)	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}
$f_n = \frac{69000}{\sqrt{P}} \cdot A^{0,25}$		20	40	60	80	100	200	300	400	500	1000

Ao contrário do caso anterior, no qual os valores de frequência, segundo Alpan, seriam menores que os obtidos pelo método de Tschebotarioff, para argilas plásticas, esses valores serão maiores que os obtidos pelo método de Tschebotarioff. Nesse caso, os valores, segundo Alpan, apresentaram valores 6,28% maiores Fig.9.

Figura 9. Curva da frequência natural para solos argilosos plásticos pelo método de Alpan.



3.2.3 Caso 3 (solos de areias)

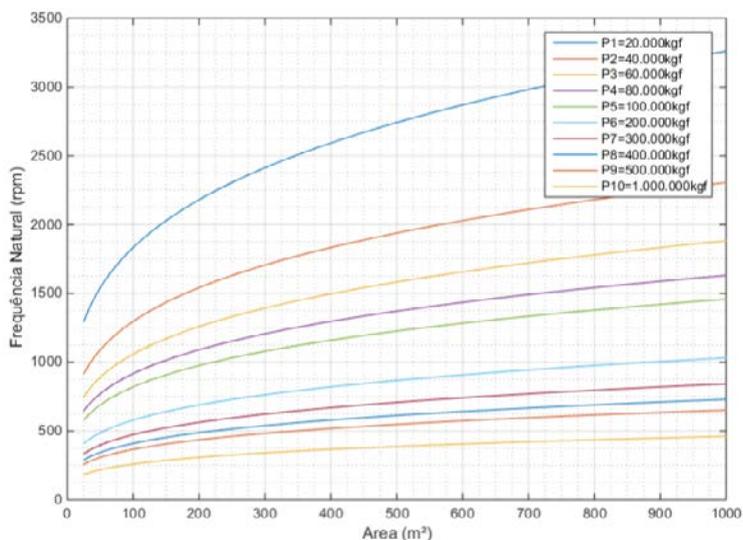
Neste caso, o valor do parâmetro do solo foi considerado como sendo de 82000, como ilustrado na Tab.(13).

Tabela 13. f_n em função da área para solos de areias e diversos pesos.

Fn (rpm)	Peso(10 ³ kgf)	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉	P ₁₀
$f_n = \frac{82000}{\sqrt{P}} \cdot A^{0,25}$		20	40	60	80	100	200	300	400	500	1000

Em comparação com o método anterior, dado o mesmo solo de areias, os valores de frequência a serem obtidos pelo método de Alpan (1961) serão 1,14% maiores. Dentre os casos anteriores, este foi o que apresentou valores mais próximos de frequência natural Fig.10.

Figura 10. Curva da frequência natural para solos arenosos pelo método de Alpan.



3.2.4 Caso 4 (solos de arenitos)

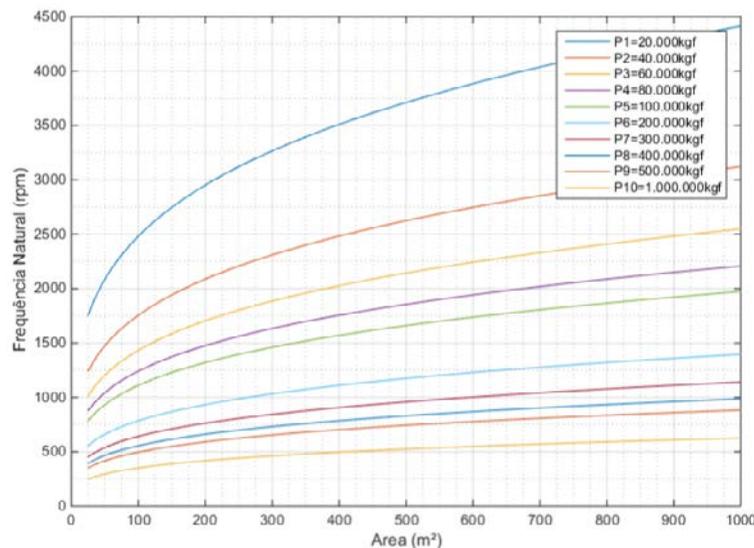
Novamente, a abrangência de limite dos valores de área e a variação dos valores de peso foram novamente repetidas, porém considerando um valor de parâmetro do solo como sendo de 111000 Tab. (14).

Tabela 14. f_n em função da área para solos de turfas e diversos pesos.

Fn (rpm)	Peso (10^3kgf)	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉	P ₁₀
$f_n = \frac{111000}{\sqrt{P}} \cdot A^{0,25}$		20	40	60	80	100	200	300	400	500	1000

Em comparação com o método de Tschebotarioff, em se tratando de arenito, os valores de frequência natural pelo método de Alpan serão 2,63% menores Fig.11.

Figura 11. Curva da frequência natural para solos de arenitos pelo método de Alpan.



3.3 Método de Lysmer e Richart

3.3.1 Caso 1

Neste caso, foi considerado um valor de módulo de deformação cisalhante de 200 MPa e foi utilizado o software MatLab para fazer a simulação da função expressa pela Eq.(21).

A frequência natural amortecida variou de acordo com a área da base da fundação e do peso total do sistema (fundação + turbina), sendo considerado uma variação de peso entre 20.000 kg e 1.000.000 kg, como mostrado na Tab.(15).

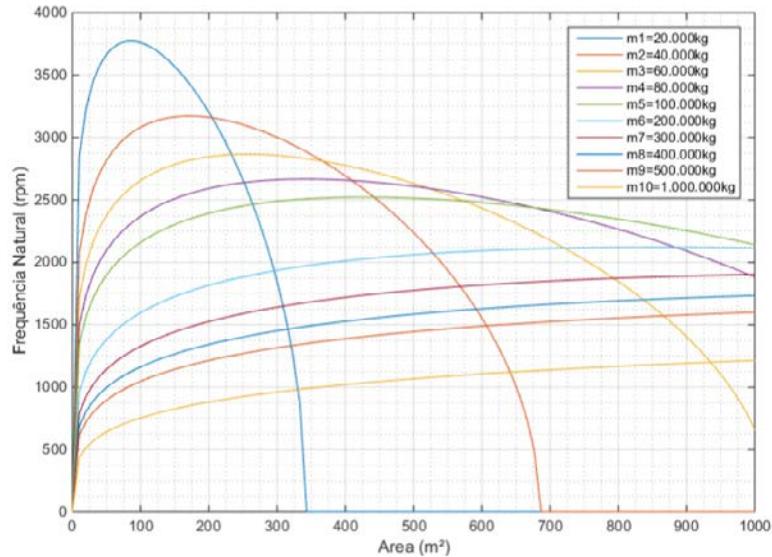
Tabela 15. f_n em função da área e massa para areias de dunas com $G=200\text{MPa}$.

	Massa (10^3kg)									
f'_n (rpm)	m ₁	m ₂	m ₃	m ₄	m ₅	m ₆	m ₇	m ₈	m ₉	m ₁₀
$f'_n = 0,292 \cdot \left(\sqrt{\frac{G \cdot \sqrt{A}}{m}} \cdot \left(1 - \frac{585,037 \cdot A}{m} \right) \right)$	20	40	60	80	100	200	300	400	500	1000

Em seguida, foi feita uma simulação numérica, obtendo-se o gráfico da frequência natural amortecida da fundação, em função da área da base e do peso, para um dado módulo de deformação cisalhante.

A substituição do valor de módulo de deformação cisalhante de 200 Mpa pode ser observada na Figura 12. Percebe-se que, à medida que o valor de módulo de deformação cisalhante aumenta, dados os mesmos valores de área e massa do sistema, os valores de frequência natural aumentam.

Figura 12. Curva da frequência natural para solos arenosos com módulo de deformação cisalhante de 200 MPa pelo método de Lysmer e Richart.



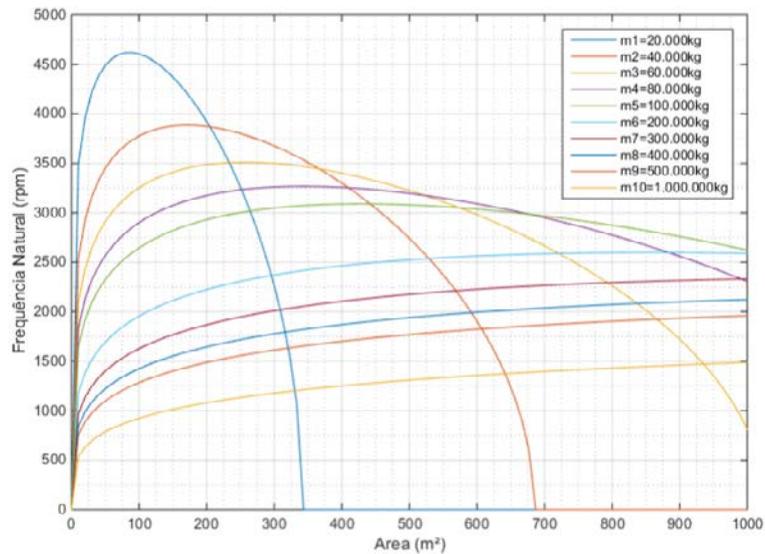
3.3.2 Caso 2

Neste caso, foi adotado o mesmo procedimento de cálculo, porém o módulo de deformação cisalhante passou a ser de 300 MPa Tab.(16) e, a partir dos dados, tem-se o gráfico que representa a curva da frequência natural Fig.13.

Tabela 16. f_n em função da área e massa para areias de dunas com $G=300\text{MPa}$.

f_n (rpm)	Massa(10^3kg)									
	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_6	m_7	m_8	m_9	m_{10}
$f'_n = 0,292 \cdot \left(\sqrt{\frac{G \cdot \sqrt{A}}{m} \cdot \left(1 - \frac{585,037 \cdot A}{m} \right)} \right)$	20	40	60	80	100	200	300	400	500	1000

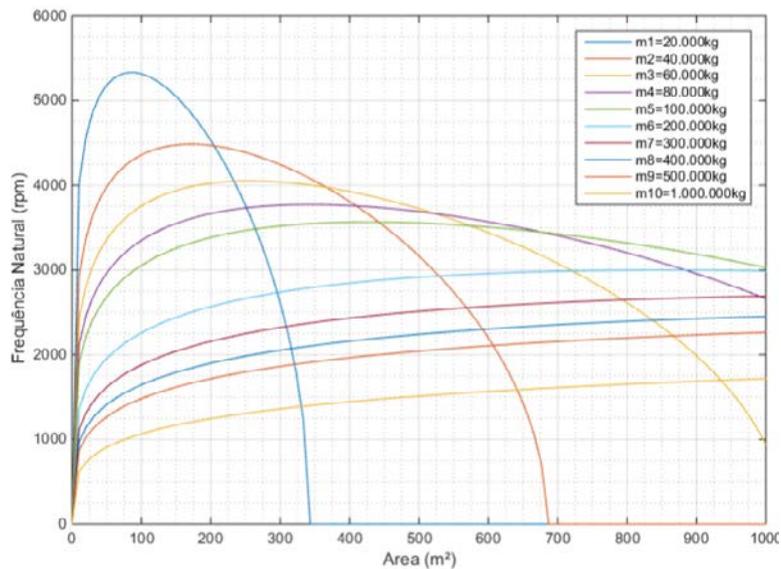
Figura 13. Curva da frequência natural para solos arenosos com módulo de deformação cisalhante de 300 MPa pelo método de Lysmer e Richart.



3.3.3 Caso 3

O caso 3 considerou um valor de módulo de deformação cisalhante de 400 MPa e o mesmo raciocínio lógico do caso anterior, implicarão que implicou em maiores valores de frequência natural Fig. 14.

Figura 14. Curva da frequência natural para solos arenosos com módulo de deformação cisalhante de 400 MPa pelo método de Lysmer e Richart.



3.4 Método de Nagendra e Sridharan

3.4.1 Caso 1

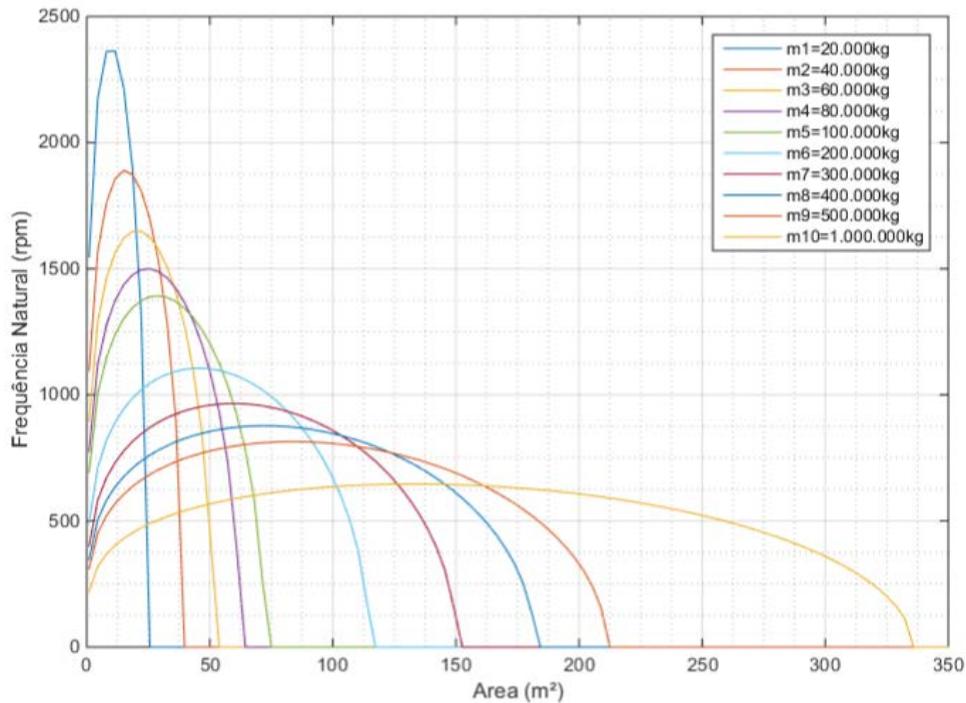
Neste caso, foi considerado um valor de módulo de deformação cisalhante de 200 MPa. A frequência natural amortecida variou de acordo com a área da base da fundação e do peso total do sistema (fundação + turbina), sendo considerada uma variação de massa entre 20.000 kg e 1.000.000 kg, como mostrado na Tab.(17).

Tabela 17. f_n em função da área e peso para areias de dunas com $G=200$ MPa.

f_n (rpm)	Peso (10^3 kgf)									
	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}
$f'_n = 0,159 \cdot \sqrt{2,645 \cdot G \cdot m \cdot \sqrt{A} - 7281,433 \cdot A^2 \cdot m^2 \cdot G}$	20	40	60	80	100	200	300	400	500	1000

Em seguida, foi feita uma simulação numérica, obtendo-se o gráfico da frequência natural amortecida da fundação, em função da área da base e do peso, para um dado módulo de deformação cisalhante Fig.15.

Figura 15. Curva da frequência natural para solos arenosos com módulo de deformação cisalhante de 200 MPa pelo método de Nagendra e Sridharan.



Ao se fazer uma análise numérica comparativa para um dado valor de área ($A=100\text{m}^2$) e massa do sistema ($m=500.000\text{kg}$), os valores de frequência natural obtidos pelo método de Nagendra e Sridharan (807,10 rpm) apresentaram valores menores que os obtidos pelo método de Lysmer e Richart (1047,5 rpm). Essa diferença percentual foi de 29,8%.

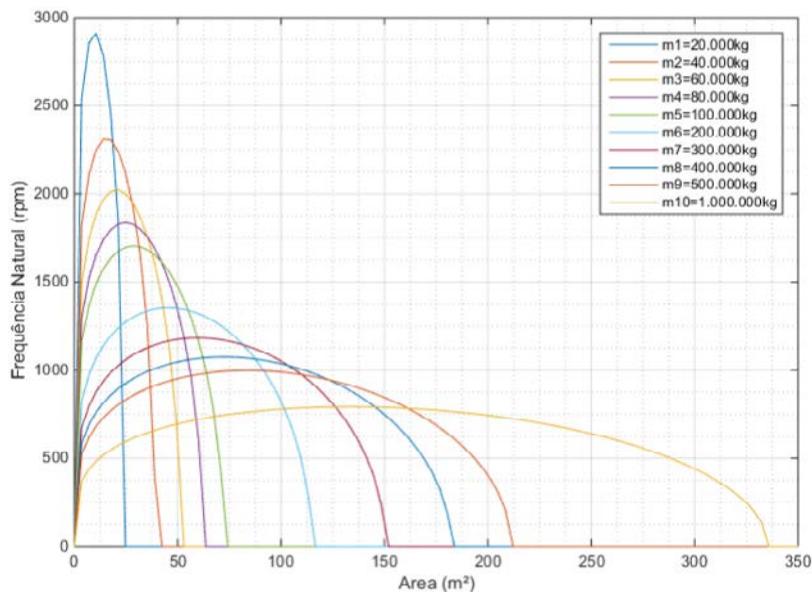
Considerando os mesmos parâmetros e utilizando o método de Tschebotarioff e Ward, (1948, *apud* GAZETAS, 1983) a frequência natural assumiu valor de 363 rpm, enquanto que, pelo método de Alpan, esse valor foi de 367 rpm.

Percebe-se que os valores obtidos pelo método científico foram altos em relação aos obtidos pelos métodos empíricos, o que se deu por conta da maior complexidade e da abrangência de mais características dos solos pelos métodos científicos.

3.4.2 Caso 2

Neste caso, foi adotado o mesmo procedimento de cálculo, porém o módulo de deformação cisalhante passou a ser de 300 Mpa Fig.16.

Figura 16. Curva da frequência natural para solos arenosos com módulo de deformação cisalhante de 300 MPa pelo método de Nagendra e Sridharan.



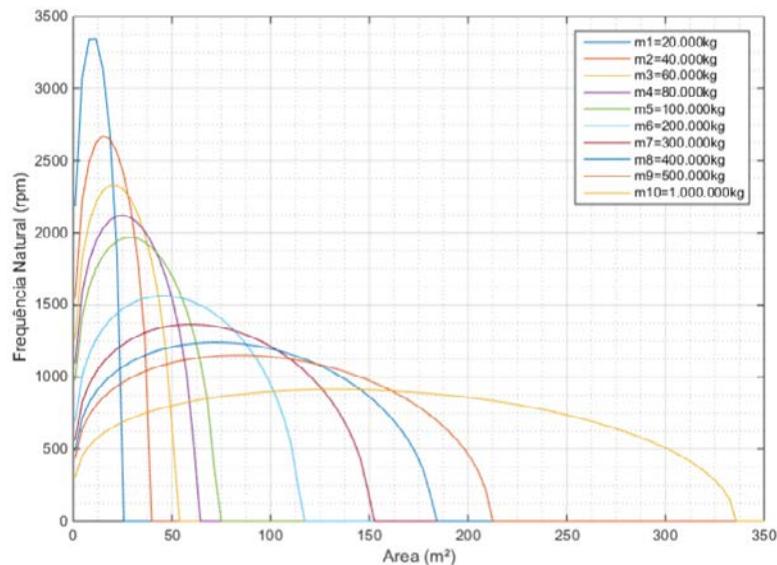
Fazendo-se a mesma estimativa do caso anterior, $A=100 \text{ m}^2$, $m=500.000 \text{ kg}$ e os mesmos parâmetros de coeficiente de Poisson e massa específica do solo, porém com o novo valor de módulo de deformação cisalhante pelo método de Lysmer e Richart, a frequência natural assumiu valor de 1283 rpm, enquanto que, pelo método de Nagendra e Sridharan, esse valor foi de 989. Portanto, uma diferença de 29,7%, enquanto que, no caso anterior, essa diferença foi de 29,8%.

3.4.3 Caso 3

Para o caso 3, foi considerado um valor de módulo de deformação cisalhante de 400 MPa e o mesmo raciocínio lógico do caso anterior fora adotado Fig.17.

Utilizando $m=500.000 \text{ kg}$, $A=100 \text{ m}^2$, as mesmas constantes dos casos anteriores e com módulo de deformação cisalhante de 400 MPa, o método de Lysmer resultou em uma frequência natural de 1481 rpm, enquanto que, pelo método de Nagendra e Sridharan, esse valor foi de 1141 rpm. Comparando os dois valores, a diferença foi de 29,8%.

Figura 17. Curva da frequência natural para solos arenosos com módulo de deformação cisalhante de 400 MPa pelo método de Nagendra e Sridharan.



4 Conclusão

As diferenças de valores obtidos de frequência natural de fundações superficiais entre os métodos empíricos de Tschebotarioff e Ward (1948, *apud* GAZETAS, 1983) e de Alpan (1961) se mostraram bastante próximas, variando de 1,14% (caso 1: solos turfos) a 6,28% (caso 2: solos argilosos plásticos). Isto ocorreu devido ao fato desses métodos generalizarem os tipos de solos adotados, considerando apenas parâmetros constantes para cada solo.

Já entre os métodos científicos de Lysmer e Richart e de Nagendra e Sridharan, esses valores foram bastante discrepantes, variando de 29,7% (caso 2: $G=300\text{MPa}$; e caso 3: $G=400\text{MPa}$) até 29,8% (caso 1: $G=200\text{MPa}$). Isto ocorreu devido à metodologia de cálculo e às características dos solos terem sido consideradas e desenvolvidas de outra forma.

Os métodos empíricos apresentaram valores bastante baixos quando comparados aos métodos científicos sob os mesmos parâmetros adotados, que foi o caso de solos arenosos. Pelo método de Tschebotarioff e Ward (1948, *apud* GAZETAS, 1983), a frequência natural foi de 363 rpm e, pelo método de Alpan, a frequência foi de 367rpm. Já pelo método de Lysmer e Richart, variou de 1047,5 à 1481 rpm, enquanto que, para o método de Nagendra e Sridharan, essa variação foi de 807,10 à 1141 rpm.

É necessário que a diferença entre a frequência natural da fundação e dos elementos externos seja de, pelo menos, 30%. Já que os valores de frequência natural dos ventos são bastante oscilantes devido ao seu regime aleatório, seria mais prudente dimensionar a fundação superficial de modo que sua frequência natural seja bastante elevada, para que seus valores jamais sejam alcançados.

Dessa forma, verifica-se que o pré-dimensionamento de fundações superficiais, no tocante à estimativa da frequência natural, é essencial para a estabilidade estrutural, uma vez que efeitos ressonantes provocados por agentes externos podem ser neutralizados. A utilização dos métodos empíricos e científicos mencionados é satisfatória para tal pré-dimensionamento, pois se pode obter diversas possibilidades de área da fundação para convergir os valores de frequência natural em valores desejados.

Referências

- ADHIKARI, S.; BHATTACHARYA, S. Dynamic analysis of wind turbine towers on flexible foundations. **Shock and vibration**, London, v. 19, n. 1, p. 37-56, 2012.
- ALPAN, I. Machine foundations and soil resonance. **Geotechnique**, Scotland, v. 11, p. 95-113, 1961.
- BHATTACHARYA, Subhamoy, *et al.* Observed dynamic soil–structure interaction in scale testing of offshore wind turbine foundations. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, United Kingdom v. 54, p. 47-60, 2013.
- GAZETAS, George. Analysis of machine foundation vibrations: state of the art. **International Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, v. 2, n. 1, p. 2-42, 1983. url: http://ssi.civil.ntua.gr/downloads/journals/1983.SDEE_Foundation%20Vibrations%20STATE%20of%20the%20ART.pdf. Acesso em 02/12/2019
- HOULSBY, G. T. *et al.* Field trials of suction caissons in clay for offshore wind turbine foundations. **Geotechnique**, Scotland v. 55, n. 4, 287-296, 2005.
- LYSMER, J. and RICHART, F.E. Jr. Dynamic response of footings to vertical loading. **Journal of The Soil Mechanics and Foundations Division**, Washington, v. 92, n. SMI, p. 65-91, jan. 1966.
- MOURA, A. S. **Avaliação de metodologias de projetos de fundações superficiais de aerogeradores assentes em areia de duna**. 2007. 352 f. Tese (Doutorado em Geotecnia) - Universidade de Brasília, Brasília, 2007.
- NAGENDRA, Mysore V.; SRIDHARAN, Asuri. Response of circular footings to vertical vibrations. **Journal of the Geotechnical Engineering Division**, Bangalore, v. 107, n. 7, p. 989-995, 1981.
- RODDIER, Dominique, *et al.* WindFloat: A floating foundation for offshore wind turbines. **Journal of renewable and sustainable energy, [s. l.]**, American Institute of Physics. v. 2, n. 3, p. 033104, 2010.
- SAMANVORAKIJ, S.; KUMKRATUG, P. Modeling and simulation PMSG based on wind energy conversion system in MATLAB/SIMULINK. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ADVANCES IN ELECTRONICS AND ELECTRICAL ENGINEERING, 2. Bangkok, 2013. **Proceedings [...]**. Disponível em: <https://www.seekdl.org/conferences/paper/details/1261.html>. Acesso em: 02 dez. 2019
- SRINIVASULU, P.; VAIDYANATHAN, C. V. **Handbook of machine foundations**. New Delhi: Tata McGraw-Hill Publishing Company, 1976.
- TSCHEBOTARIOFF, G. P. **Fundações, estruturas de arrimo e obras de terra**. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1978.

Sobre os autores

José Régis Vieira Coutinho

Graduação em Engenharia Civil pela Universidade de Fortaleza - Unifor (2016) e graduação em Física pela Universidade Estadual do Ceará (2012). Atualmente, é engenheiro civil da Muza Construtora. Tem experiência na área de Física.

Ingyrd Cândido Melo

Graduação em Engenharia Civil pela Unifor (2016) e graduação em Física -licenciatura pela Universidade Estadual do Ceará - Uece (2012).

Daniel Barros de Freitas

Doutorando em Engenharia de Teleinformática (2018). Mestre em Engenharia de Teleinformática pela Universidade Federal do Ceará (2012), na área de concentração Eletromagnetismo aplicado, linha de pesquisa Sistemas e dispositivos de microondas e antenas. Especialista em Ensino e Prática de Física pela Universidade Federal do Ceará (2007). Licenciado em Física pela Universidade Federal do Ceará (2001).

Brígida Miola

Doutora em Ciências marinhas pela Universidade Federal do Ceará e Senckenberg Forschungsinstitut - Alemanha. Mestre em Ciências marinhas (Labomar - UFC) e bacharel em Química, com habilitação em Química industrial (UFC). É vinculada ao Laboratório de Geologia e Geomorfologia Costeira e Oceânica (LGCO-UECE). Professora integral do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade de Fortaleza e coordenadora pedagógica do curso Tecnólogo em Energias Renováveis.

Francisco de Assis Leandro Filho

Doutor em Física pela Universidade Federal do Ceará (2019). Mestre em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal do Ceará (2012). Especialista em Ensino de Física pela Universidade Cândido Mendes (2014), Graduado em Física pela Universidade Estadual do Ceará (2010). Professor do ensino básico, técnico e tecnológico (EBTT) do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará - IFCE. Tem experiência em física (com ênfase em física computacional), em ensino de física (com ênfase em alternativas metodológicas para o ensino de física) e em energias alternativas (com ênfase em energia eólica).

Recebido em: 04.03.2019

Aceito em: 11.11.2019