46
REVISTA
TECNOLOGIA
FORTALEZA
Nº 20
P. 46-53
DEZ. 1999

POTÊNCIA ATIVA, REATIVA E FATOR DE POTÊNCIA EM SITUAÇÕES SENOIDAIS E NÃO-SENOIDAIS

RESUMO

Determinados conceitos na área técnica são puramente matemáticos e criados com a finalidade de permitir uma análise de forma mais simples de um fenômeno físico. Isso ocorre nas grandezas de potência ativa, potência reativa e fator de potência. Uma análise destes fenômenos será realizada em situações senoidais e não-senoidais.

ABSTRACT

Certain concepts in the area technique are purely mathematical and servants with the purpose of allowing an analysis in simple way of a physical phenomenon. That happens in the potency greatness it activates, potency reactivates and potency factor. An analysis of these phenomenons will be accomplished in situations senoidais and no-senoidais.

José Batista Siqueira Filho

Professor Assistente da Universidade de Fortaleza – Mestre (EFEI) Diretor Técnico da SE & IP Engenharia

1- SISTEMAS PURAMENTE SENOIDAIS

Será feita primeiramente uma análise da potência ativa, reativa e fator de potência para sistemas elétricos operando em sistemas sujeitos a ondas de tensão e corrente senoidais, em outras palavras, admite-se que a fonte de tensão existente no circuito elétrico é senoidal e as cargas lineares.

1.1- Potência Ativa

Tome-se como exemplo um circuito elétrico, no qual uma fonte alimenta uma resistência, conforme mostra a figura 1. A corrente elétrica que se estabelece no circuito é diretamente proporcional à diferença de potencial da fonte. A constante de proporcionalidade é denominada de resistência elétrica (que pode ser admitida constante, na medida em que se despreze a variação da mesma com a temperatura).

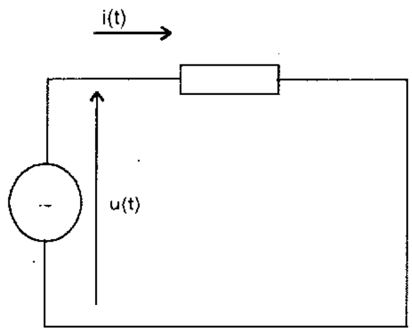

Figura 1 - CIRCUITO RESISTIVO

Na figura 1, tem-se:

$$u(t) = \sqrt{2}.U_1.coswt \quad (1)$$

e

$$i(t) = \sqrt{2}.I_1.coswt \quad (2)$$

onde:

$$I_1 = (\frac{U_1}{R}) \quad (3)$$

para:

u(t) - Valor instantâneo da tensão do circuito;

i(t) - Valor instantâneo da corrente do circuito;

R - Resistência elétrica do circuito;

U_1 - Valor eficaz da tensão do circuito na frequência fundamental;

I_1 - Valor eficaz da corrente do circuito na frequência fundamental;

w - Frequência angular (w = 2.π.f [rad/s])

A corrente que circula pela resistência provoca na mesma uma elevação de temperatura (mensurável), que é diretamente proporcional ao quadrado do valor eficaz da corrente e ao valor da resistência.

$$\Delta\tau = Ky.R.I^2 \quad (4)$$

Onde:

Δτ - Elevação de temperatura;

Kτ - Constante de proporcionalidade (válida para regime permanente).

A potência ativa (média, útil ou eficaz) em um circuito elétrico qualquer é o valor médio do produto dos valores instantâneos de tensão pela corrente, como mostra a equação (5).

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T u(t).i(t).d(t) = U_1.I_1 = R.I_1^2 \quad (5)$$

onde em (5), tem-se:

P - Potência ativa;

T - Período (note que wT = 2.π);

Verifica-se então, que neste caso particular, a potência ativa é o produto do valor eficaz da tensão pelo valor eficaz da corrente.

No circuito indicado na figura 2 , tem-se uma indutância L em série com uma resistência. É importante lembrar que a indutância é definida a partir da lei de faraday, ou seja, a circulação de corrente pelo circuito produz uma diferença de potencial, onde se estabelece um campo eletromagnético que pode ser quantificado através da denominada força magnetomotriz, a qual é dada por:

$$f_{MM} = N.i \quad (6)$$

onde:

f_{MM} - Valor instantâneo da força magnetomotriz;

N - Número de espiras do condutor no circuito;

i - Valor instantâneo da corrente.

A força magnetomotriz vai dar origem a um fluxo magnético, definido por:

$$\phi = \frac{f_{MM}}{R_M} \quad (7)$$

e o valor de R_M é expresso de acordo com os parâmetros da bobina.

$$R_M = \frac{l}{\mu.S} \quad (8)$$

onde:

R_M - Relutância do circuito magnético;

ϕ - Valor instantâneo do fluxo;

l - Comprimento do circuito magnético;

S - Seção do circuito magnético;

μ - Permeabilidade magnética.

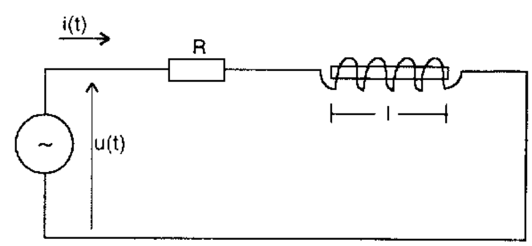

Figura 2 - Circuito resistivo-indutivo

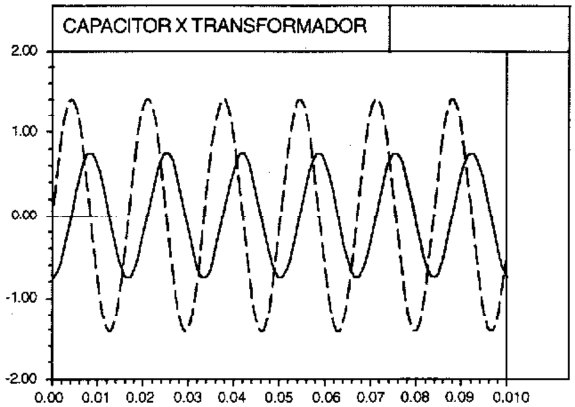

Figura 3 - Formas de onda de tensão e corrente para o circuito da figura 2

Se a corrente é variável no tempo, para o circuito da figura 2, o fluxo magnético ϕ na bobina também será variável, consequentemente nesta, aparecerá uma força eletromotriz definida por:

$$e = -N.\frac{d\phi}{dt} \qquad (9)$$

considerando-se as equações anteriores, resulta:

$$e = -\frac{N^2}{R_M}.\frac{di}{dt} \qquad (10)$$

A indutância própria da bobina é definida por:

$$L = \frac{N^2}{R_M} \qquad (11)$$

assim resulta:

$$e = -L.\frac{di}{dt} \qquad (12)$$

onde:

e - Força eletromotriz induzida no circuito;

L- Indutância própria da bobina.

A equação que vai definir o comportamento da corrente em função do tempo é apresentada a seguir:

$$u(t) = R.i + L.\frac{di}{dt} \qquad (13)$$

A solução de (13) em regime permanente, para a corrente, é:

$$i = \sqrt{2}.\frac{U_1}{\sqrt{R^2 + (wL)^2}} \cos(wt - \varphi_1) \qquad (14)$$

sendo:

$$\varphi_1 = tg^{-1}(\frac{wL}{R}) \qquad (15)$$

$$I_1 = \frac{U_1}{\sqrt{R^2 + (wL)^2}} \qquad (16)$$

φ_1-Ângulo de deslocamento da corrente em relação à tensão na frequência fundamental.

Do mesmo modo que no caso do circuito puramente resistivo, a elevação de temperatura no resistor é diretamente proporcional ao quadrado do valor eficaz da corrente e a resistência.

$$\Delta\tau = K_\tau.R.I^2 \qquad (17)$$

Verifica-se, neste caso, que para uma mesma tensão de alimentação e mesma resistência, o valor eficaz da corrente será menor quanto maior for a parcela wL, ou ainda, quanto maior for o ângulo de deslocamento da corrente em relação à tensão, (vide figura 4, anexo 4), para dois casos onde os valores de L são diferentes.

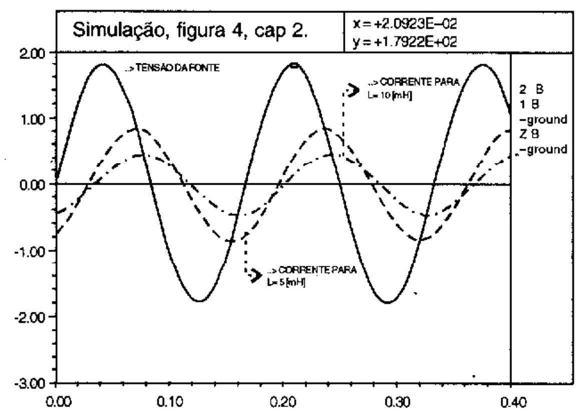

Figura 4 - Simulação mostrando o defasamento da corrente elétrica com relação à tensão com diferentes valores de wL para o circuito da figura 2

Para um circuito do tipo apresentado na figura 2 e para as formas de ondas da figura 4, tem-se:

$$u(t) = \sqrt{2}.U_1.\cos(wt - \varphi_u) \qquad (18)$$

$$i(t) = \sqrt{2}.I_1.\cos(wt - \varphi_i) \qquad (19)$$

Substituindo-se as equações (18) e (19) na equação (5), tem-se:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T [(\sqrt{2}.\ U1.\cos(wt - \varphi_{u1})).$$

$$P = (\sqrt{2}.I1.\cos(wt - \varphi_{i1}))].d(t) \quad (20)$$

rescrevendo a equação (20):

$$P = \frac{1}{T}\left[\int_0^T [U_1.\ I_1.\cos(\varphi_{u1} - \varphi_{i1})].d(wt))\right]$$

$$+\frac{1}{T}\left[\int_0^T [U_1.I_1.\cos(2wt - \varphi u1\,\varphi_{i1})].d(t)\right] \quad (21)$$

Definindo-se:

$$\varphi_1 = \varphi_{u1} - \varphi_{i1} \quad (22)$$

onde:

φ_1 - Ângulo de deslocamento da corrente em relação à tensão na frequência fundamental;

φ_{u1} - Ângulo de deslocamento do fasor tensão na frequência fundamental

φ_{i1} - Ângulo de deslocamento do fasor corrente na frequência fundamental

Uma vez que o valor médio do segundo termo do segundo membro da equação (21) é nulo, tem-se:

$$P = U_1 \cdot I_1.\ \cos\varphi_1 \quad (23)$$

onde para as equações anteriores:

P- Potência ativa na frequência fundamental;

$\cos\varphi_1$ - Fator de deslocamento.

Observa-se que:

- Para um circuito puramente resistivo, considerando-se a figura 1, o ângulo de deslocamento entre os fasores de tensão e corrente é nulo e a equação (23) é igual à equação (5).
- Quanto maior o ângulo de deslocamento da corrente em relação à tensão, maior deverá ser o valor eficaz da corrente para produzir a mesma potência ativa (potência útil).

1.2- Potência Aparente, Potência Reativa e Fator de Potência

Das equações anteriores, verificou-se que se o circuito não é puramente resistivo, vai existir o deslocamento da corrente em relação à tensão, e que, neste caso, quanto maior o ângulo de deslocamento, maior o valor eficaz de corrente para produzir a mesma potência ativa, admitindo-se a tensão constante. Em termos práticos, se dois consumidores requerem da concessionária de energia a mesma potência ativa, absorverá uma corrente maior aquele cujo deslocamento da corrente em relação à tensão for maior.

Considerando as funções que definem corrente e tensão, tem-se que a potência aparente (S) como sendo o produto do valor eficaz da tensão pelo valor eficaz da corrente.

$$S = U_{RMS}.I_{RMS} \quad (24)$$

onde:

S - Potência aparente;

U_{RMS} - Valor eficaz da tensão;

I_{RMS} - Valor eficaz da corrente.

Para quantificar o defasamento da corrente com a tensão dos consumidores perante a concessionária, foi definido o "fator de potência", que relaciona a potência ativa com os "volt-amperes" necessários para produzi-la (potência aparente), como mostra a equação (25).

$$F_P = \frac{P}{S} \quad (25)$$

onde:

FP- Fator de potência;

P- Potência ativa.

Como a tensão e a corrente possuem o comportamento definido por uma função puramente senoidal os valores de U_{RMS} e U_1 são iguais, bem como I_{RMS} e I_1. Logo neste caso será:

$$S = U_1.\ I_1 \quad (26)$$

considerando as equações (23) e (26) na equação (25), resulta:

$$F_P = \frac{U_1.I_1.\cos\varphi_1}{U_1.\ I_1} \text{COS}\varphi_1 \quad (27)$$

Ou seja, o fator de potência é, numericamente, igual ao fator de deslocamento em situações puramente senoidais. Quanto maior o ângulo de deslocamento, menor o fator de deslocamento e, neste caso, menor o fator de potência. Isto significa que para uma determinada carga de potência P, quanto maior o ângulo de deslocamento maior será a corrente através do circuito alimentador para suprir a carga referida. Pode-se concluir que, sendo o fator de potência unitário (a eficiência do processo de transmissão de energia será 100%), e portanto a potência ativa transmitida é igual a potência aparente.

A diferença entre as potências aparente e reativa pode ser definida matematicamente, pela a equação (28), no caso de situações puramente senoidais.

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} \qquad (28)$$

A grandeza Q, definida matematicamente, é denominada de potência reativa.

2- SISTEMAS NÃO-SENOIDAIS

Os conceitos de potência ativa, reativa e fator de potência nos itens anteriores, estabelecidos para circuitos elétricos na presença de ondas de tensão e corrente senoidais com cargas lineares, em casos onde existam cargas não-lineares e ou mesmo alimentação com ondas de tensão não senoidal. Tais conceitos deverão ser complementados.

Este tipo de análise é importante, uma vez que torna-se cada vez mais comum em instalações industriais, a utilização de equipamentos que distorcem as formas de onda da corrente e da tensão (conversores estáticos, fornos a arco, retificadores de potência, inversores etc.).

Serão estudados dois casos com sistemas não-senoidais: o primeiro, fonte de tensão puramente senoidal em regime estacionário e cargas com harmônicos de corrente, e o segundo, fonte de tensão contendo harmônicos e cargas, que distorcem as ondas de resultantes em regime estacionário.

2.1- Fontes de tensão senoidal em regime estacionário e cargas com harmônicos de corrente

As equações que definem a tensão e a corrente do sistema elétrico em análise estão indicadas a seguir :

$$u(t) = \sqrt{2}.\, U_1.\, \text{sen}\,(wt) \qquad (29)$$

$$i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2}.\, I_n.\, \cos(nwt - \varphi_n) \qquad (30)$$

onde:

u - Valor instantâneo da tensão;

φ_u - Ângulo de deslocamento do fasor de tensão na frequência fundamental;

i - Valor instantâneo da corrente;

n - Ordem do harmônico;

I_n - Valor eficaz do harmônico de corrente;

φ_n - Ângulo de deslocamento do fasor de corrente.

OBSERVAÇÃO: Neste caso só tem sentido definir-se o ângulo de deslocamento do componente fundamental da corrente, uma vez que a tensão apenas existe na frequência fundamental.

Observe, que na equação (30) a corrente de comportamento não senoidal foi representada pela série trigonométrica de Fourier, sendo que cada componente da série é denominado harmônico de corrente.

Neste caso, conforme pode ser matematicamente comprovado (uma vez que se tratam de grandezas puramente matemáticas) a potência ativa será dada apenas pelos componentes fundamentais da tensão e corrente e o ângulo de deslocamento na frequência fundamental.

$$P = U_1.\, I_1.\, \text{COS}\varphi_1 \qquad (31)$$

onde:

$$\varphi 1 = \varphi_{u1} - \varphi_{i1} \qquad (32)$$

$\varphi 1$ - Ângulo de deslocamento do componente fundamental da corrente em relação ao componente fundamental de tensão.

O valor eficaz da corrente pode ser calculado a partir da equação 33:

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^3 \ldots} \qquad 33$$

onde, o fator de distorção da corrente é definido conforme [33], como sendo:

$$F_{di} = \frac{\sqrt{\sum_{\substack{n=0 \\ n \neq 1}}^{\infty} I_n^2}}{I_1} .100 \qquad (34)$$

onde:

F_{di} - Fator de distorção da corrente.

A potência aparente, ou seja os "volts-amperes" necessários para produzir a potência ativa, será dado por:

$$S = U_1 \cdot \sqrt{\sum_{n=0}^{\infty}(I_n)^2} \qquad (35)$$

Define-se a potência reativa, na frequência fundamental (Q_1) como sendo:

$$Q_1 = U_1 \cdot I \cdot \text{sen}\ \varphi_1 \qquad (36)$$

e a "potência devido aos harmônicos":

$$H \triangleq U_1 \cdot \sqrt{I_0^2 I_2^2 + I_3^2 + \ldots} \qquad (37)$$

a equação (35), pode então ser escrita:

$$S^2 = P^2 + Q_1^2 + H^2 \qquad (38)$$

A equação (38) pode ser representada, graficamente através do tetraedro de potências como mostra a figura 5 [67].

Assim na presença de harmônicos o fator de potência definido pela equação (25), pode ser reescrito a partir das equações (23) e (35), como sendo:

$$F_P = \frac{U_1 \cdot I_1 \cdot \cos\varphi_1}{U_1 \cdot \sqrt{\sum_{n=0}(I_n)^2}} \qquad (39)$$

Por outro lado a equação (39), pode ser reescrita em função do fator de distorção da corrente:

$$F_P = \frac{\cos\varphi_1}{\sqrt{\left[\frac{F_{di}}{100}\right]^2 + 1}} \qquad (40)$$

O fator de deslocamento ($\cos\varphi_1$), que aparece normalmente na literatura, e que corresponde ao fator de potência convencional de sistemas, onde são as ondas de tensão e corrente senoidais, pode ser chamado de fator de potência na frequência fundamental, pois só depende dos componentes fundamentais das ondas finais de tensão e de corrente.

Conclui-se da equação (39):

- Se a forma de onda da tensão é senoidal, e da corrente, não senoidal, o fator de deslocamento refere-se apenas aos componentes fundamentais das ondas de tensão e corrente. O ângulo de deslocamento φ_1 representa o defasamento entre os componentes fundamentais de tensão e de corrente.
- Se os componentes fundamentais de corrente e tensão estão em fase, o fator de deslocamento nesta frequência ($\cos\varphi_1$) é unitário, porém não significando que o fator de potência seja também unitário.

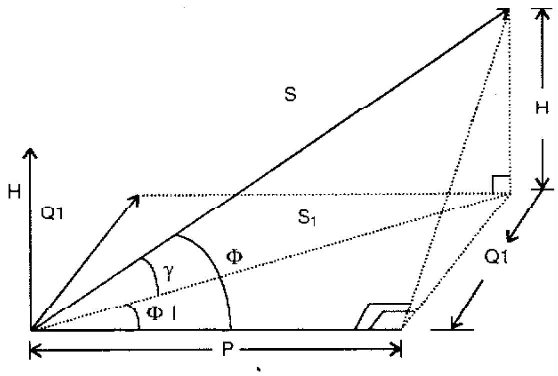

Figura 5- Tetraedro de Potência

- Se a forma de onda da corrente não for senoidal, porém com característica indutiva na frequência fundamental, o fator de potência será sempre menor que 1(um).
- Observa-se que o fator de potência é igual ao fator de deslocamento ($\cos\varphi_1$), apenas se a corrente e a tensão são senoidais.
- Se a tensão e a corrente são senoidais, o fator de deslocamento, neste caso, coincide numericamente com o fator de potência, se for menor que um, pode-se aumentá-lo, por exemplo, com a instalação de banco de capacitores em pontos estratégicos do sistema.
- Se o fator de deslocamento é unitário, porém o fator de potência menor que um, resultado, por exemplo, da forma não senoidal da corrente, o aumento do fator de potência normalmente é conseguido com instalação de filtros de harmônicos.

2.2 - Fonte de tensão possuindo harmônicos e cargas que distorcem em regime estacionário

No geral as formas de onda de tensão u(t) e corrente i(t) podem ser escritas como a seguir:

$$u(t) = \sqrt{2} \sum_{n=0}^{\infty} U_n\ \text{sen}(nwt + \varphi_{un}) \qquad (41)$$

$$i(t) = \sqrt{2}\sum_{n=0}^{\infty} i_n \, sen(nwt + \varphi_{in}) \qquad (42)$$

onde:

U_n- Valor eficaz do harmônico de tensão de ordem n;

φ_{un}- Ângulo de fase do harmônico de tensão de ordem n no instante t=0;

φ_{in}- Ângulo de fase do harmônico de corrente de ordem n no instante t=0.

A potência média ativa P é dada por:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T u(t).i(t).d(t) \qquad (43)$$

a partir das equações (41), (42) e (43), temos:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T \{\sqrt{2}.U_n sen(nwt + \varphi_{Un}).$$

$$\sqrt{2}.I_n.sen(nwt + \varphi_{in}).d(t)\}$$

$$= U_n.I_n.\cos(\varphi_{un} - \varphi_{in}) \qquad (44)$$

onde:

$$\varphi_n = \varphi_{un} - \varphi_{in} \qquad (45)$$

assim resulta, que:

$$P = \sum_{n=0}^{\infty} U_n.I_n.\cos\varphi_n \qquad (46)$$

o valor eficaz da corrente é dado por:

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 \ldots} \qquad (47)$$

e o valor eficaz da tensão:

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 \ldots} \qquad (48)$$

logo a potência aparente pode ser dada por:

$$S = U.I = \sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} U_n^2}.\sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} I_n^2} \qquad (49)$$

definindo-se a potência reativa [67]:

$$Qn = \sum_{n=0}^{\infty} U_n.\ I_n.\ sen\varphi_n \qquad (50)$$

o fator de potência pode ser dado por:

$$FP = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} U_n.I_n.\cos\varphi_n}{\sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} U_n^2}.\sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} I_n^2}} = \cos\phi \qquad (51)$$

O tetraedro de potência neste caso, fica também estabelecido por:

$$S^2 = P^2 + Q_n^2 + H^2 \qquad (52)$$

sendo apresentado na figura 7.

A compensação da parcela Q_n pode ser conseguida, caso a fonte de alimentação fosse composta de fontes de harmônicos em série, através da colocação de capacitores ou indutores em paralelo com as fontes, a figura 6 ilustra esta idéia. Como esta não é uma situação real, visto que a fonte de tensão é única, esta metodologia fica então em nível teórico.

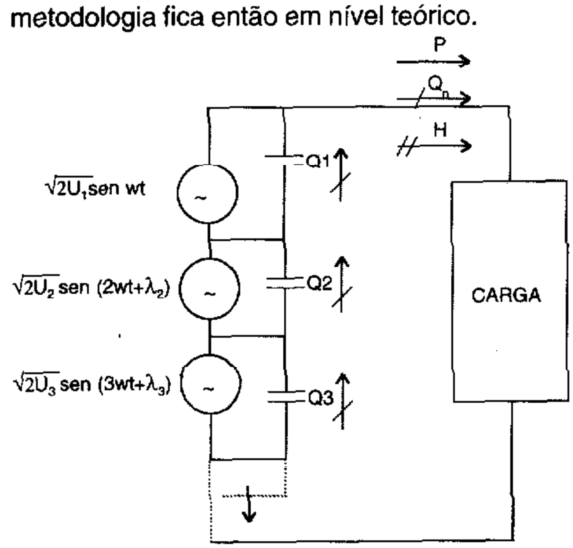

Figura 6 - Compensação da potência reativa no caso de fonte de tensão com componentes harmônicos

onde na figura 6, tem-se:

λ - ângulo de fase para o harmônico de tensão de ordem n em t=0.

3- CONCLUSÃO

Os conceitos de potência ativa, reativa e fator de potência, foram então explicados tanto em sistemas senoidais como não-senoidais.

Nos sistemas não-senoidais, as definições das arestas Q e H de cada decomposição são totalmente diferentes. Existem na verdade, inúmeras formas de definir

Q e H, estas definições variam dependendo da linha de pesquisa. Devido a estes variados conceitos existentes na área científica, o conceito de potência reativa em uma situação não-senoidal não está definitivamente claro.

Para fins práticos, no qual deseja-se corrigir o fator de potência na frequência fundamental (FP_1), assim, pode-se escrever [1]:

$$Fp_1 = \cos\phi_1$$

Para compensar as diferenças do fator de potência, que possam surgir devido aos harmônicos, deve-se corrigir o fator de potência acima do valor desejado. Assim no caso onde se desejar corrigir o fator de potência para 0,92, deve-se efetuar os cálculos para 0,94 [1].

OBSERVAÇÃO: Atualmente a correção do fator de potência seja para uma situação senoidal ou não senoidal, a fim de diminuir os erros nos projetos, são realizadas através de sistemas de aquisição de dados, que utilizam microcomputadores para armazenagem e tratamento matemático das informações [1].

4- REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BATISTA, J.Siqueira Filho, **"Bancos de Capacitores na Presença de Harmônicos"**, Dissertação de Mestrado, Escola Federal de Engenharia de Itajubá-EFEI, 1995.

COGO, J.Roberto, **"Correção do Fator de Potência"**, apostila do Curso da Qualidade da Tensão em Sistemas Elétricos, pós-graduação, Itajubá, EFEI, 1995.

EDSON, W., Richard, S., **"Potência Ativa e Reativa Instantâneas em Sistemas Elétricos com Fontes e Cargas Genéricas"**, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro-RJ, SBA-Controle e Automação.