

ANÁLISE DA RIGIDEZ DAS CONEXÕES DO MODELO DE BIELAS E TIRANTES

RESUMO

A utilização de pórticos com conexões com rigidez variável no modelo de bielas e tirantes, para a análise e dimensionamento de vigas de concreto armado, é apresentada neste trabalho como alternativa à modelagem tradicional de treliças.

A análise com o modelo aporticado permitiu estimar o grau de rigidez dos nós das estruturas analisadas e foi verificado existir uma relação entre a necessidade ou não de armação longitudinal na biela e o tipo de ruptura da viga, quando a biela de concreto é assimilada a um pilar submetido à flexão normal composta.

**Ricardo José Carvalho
Silva**

Engenheiro Civil
(UNIFOR)
MSc Estruturas (UnB)
Professor CCT-UNIFOR

**Guilherme Sales S. A.
Melo**

Engenheiro Civil (PUC -
Rio)
MSc Estruturas (PUC -
Rio)
PhD Estruturas (University
of Westminster)
Professor ENC - UnB

Eldon Londe Mello

Engenheiro Civil (COPPE-
Rio)
MSc Estruturas (COPPE-
Rio)
Phd Estruturas (Imperial
College)
Professor ENC - UnB

ABSTRACT

The use of semirigid connections frames in the strut and tie model for the design of reinforced concrete beams is presented, as an alternative to the traditional trusses.

The stiffness of the connections was estimated by the semirigid frame analysis, and was verified the existence of a relation between the type of rupture of the beam and the necessity of longitudinal reinforcement at the strut, when assimilated to a column submitted to flexure and axial load.

1. INTRODUÇÃO

Ritter, em 1899, e Mörsch, em 1912, propuseram o modelo de treliça para análise de estruturas de concreto armado. Nos anos sessenta este modelo foi estendido e refinado por Leonhardt, Rüsck e Kupter, entre

outros, que sugeriram modificações no modelo clássico no sentido de aperfeiçoá-lo e adequá-lo a resultados experimentais.

Schlaich e Schäfer, de Stuttgart, entre outros pesquisadores, desprenderam grande

esforço, a partir de 1982, em expandir sistematicamente e generalizar a analogia da treliça para análise de estruturas inteiras e a todos os tipos de estrutura.

No Brasil também tem sido grande a utilização do modelo de bielas e tirantes, principalmente entre a comunidade acadêmica.

No modelo de bielas e tirantes, os elementos comprimidos, as bielas, representam campos de tensão de compressão no concreto e os elementos tracionados, os tirantes, são absorvidos pelas armaduras.

Pretende-se atingir um melhor grau de racionalidade com a utilização do modelo de bielas e tirantes para toda a estrutura, seja onde se aplica a hipótese de Bernoulli de distribuição plana de deformações ou, por exemplo, nos apoios em dentes, abertura em vigas, nós de pórticos, consolos, etc.

O objetivo deste trabalho é apresentar a utilização de estruturas aporticadas com rigidez variável como alternativa às estruturas treliçadas tradicionais. Uma motivação desta pesquisa surgiu com a publicação do Prof. Lobo Carneiro, que realça "a consideração da rigidez à flexão das bielas de concreto, supostas engastadas nas zonas de compressão e que trabalham, neste caso, à flexão normal composta", como uma das generalizações ou correções propostas para a Teoria de Morsch para melhor adequá-la a resultados experimentais.

2- ANÁLISE DE BIELAS ASSIMILADAS A PILARES SUBMETIDOS À FLEXÃO NORMAL COMPOSTA

Com intuito de achar a rigidez da conexão entre o banzo comprimido e a biela, como sugerido pelo Prof. Lobo Carneiro, foi procurado um fator de fixação de rigidez P_f que varia desde 0 (zero) no caso de conexão articulada, passando por 1 (um) no caso de conexão rígida (de pórtico) e até tendendo a 2 (dois) que simularia uma rigidez tendendo para o engaste. Essa rigidez $P_f > 1$ pode também indicar que a biela seja misulada, isto é, um campo de tensão tipo leque ou garrafa, comum em regiões de descontinuidade como sugere Schlaich.

Para localizar o fator de fixação P_f foram comparados diversos resultados experimentais

de vigas e calibrados os fatores de fixação P_f da modelagem para que ocasiona um momento fletor na biela que produza uma ruptura por flexão na biela e que indicaria uma ruptura por cisalhamento na viga, conforme mostra a figura (2.1).

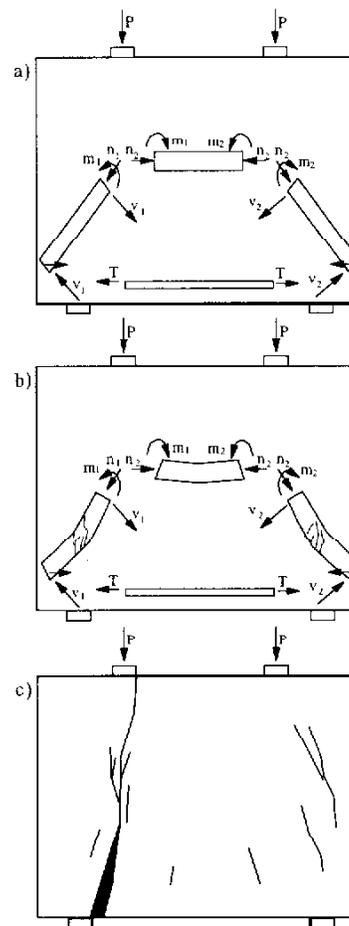


Figura 2.1 - a) esforços atuantes no modelo adotado; b) modelagem na ruína; c) viga na ruína.

No caso da viga ter tido um mecanismo de ruptura por flexão, logicamente o fator de fixação mais indicado para o modelo seria um fator mais próximo do articulado, no qual provocaria momento fletor baixo na biela e não levaria a ruína por flexão e logicamente não ocorreria ruptura por cisalhamento na viga.

Para analisar se o momento fletor ocasiona ruptura na biela foi utilizada a seguinte correlação com o pilar: o pilar (biela) resistirá sem armadura de alma se as três condições forem satisfeitas. No caso de uma delas não ser satisfeita existe necessidade de armadura longitudinal.

Esta necessidade de armadura longitudinal no pilar equivalente à biela foi associada, no modelo utilizado neste trabalho, ao mecanismo de ruptura da viga por cisalhamento. Em caso contrário tem-se ruptura por flexão.

$$\mu = \frac{8M}{bh^2\sigma} \quad (0 \leq \mu \leq 1) \quad (2.1)$$

$$v = \frac{N}{bh\sigma} \quad (0 \leq v \leq 1) \quad (2.2)$$

$$\mu \leq 4(1-v)v \quad (2.3)$$

sendo :

b = base da seção transversal do pilar;

h = altura da seção transversal do pilar;

σ = tensão limite no concreto (foi adotado para bielas $\sigma = 0,60 f_c$);

M = momento fletor;

N = esforço normal;

f_c = resistência de laboratório para o corpo de prova cilíndrico;

v = esforço normal adimensional;

μ = momento adimensional.

Se todas as condições forem satisfeitas, o "pilar" resistirá sem armadura. Isto sugere que a biela não está ameaçada e a viga terá um mecanismo de ruptura por flexão.

3- IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA DO FATOR DE FIXAÇÃO P_i

Para a aplicação do fator de fixação P_i foi utilizada a matriz de rigidez do elemento desconexo modificada, sugerida por Wang (1989) para uma Análise Linear Elástica conforme apresentada (3.1) e aplicada também para a Pseudo-Mínima Norma Euclidiana que é a matriz da Mínima Norma Euclidiana modificada, conforme (3.2), com alguns fatores que aproximam da norma elástica, como sugerido por Oliveira (1995) em sua dissertação de mestrado.

$$\begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{3P_1}{4-P_1P_2}\right) \times \left(\frac{4EI}{I}\right) & \left(\frac{6P_1P_2}{4-P_1P_2}\right) \times \left(\frac{-2EI}{I}\right) \\ \left(\frac{6P_1P_2}{4-P_1P_2}\right) \times \left(\frac{-2EI}{I}\right) & \left(\frac{3P_2}{4-P_1P_2}\right) \times \left(\frac{4EI}{I}\right) \\ \frac{EA}{I} & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \Delta \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$\begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{3P_1}{4-P_1P_2}\right) \times \left(\frac{4EI}{I}\right) & \\ & \left(\frac{3P_2}{4-P_1P_2}\right) \times \left(\frac{4EI}{I}\right) \\ & & \frac{EA}{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \Delta \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

A tabela 3.1 apresenta a relação constitutiva do material para os três casos quando $P_i = 1$.

Mínima Norma Euclidiana	$m_1 = \theta_1$ $m_2 = \theta_2$ $n = \Delta$
Análise Linear Elástica	$m_1 = (4EI/I)\theta_1 - (2EI/I)\theta_2$ $m_2 = -(2EI/I)\theta_1 + (4EI/I)\theta_2$ $n = (EA/I)\Delta$
Pseudo-Mínima Norma Euclidiana	$m_1 = (4EI/I)\theta_1$ $m_2 = (4EI/I)\theta_2$ $n = (EA/I)\Delta$

Tabela 3.1 – Relação constitutiva do material ($P_i = 1$)

4 – MODELOS ADOTADOS

Um dos pontos de dificuldade na utilização do modelo de bielas e tirantes é a determinação da posição, geometria e dimensões das bielas, banzos comprimidos e tirantes. A maioria dos trabalhos publicados sobre bielas e tirantes adota o modelo de treliça isostática, dispensando assim a necessidade de se conhecer de antemão os parâmetros elásticos (área e inércias).

Nas figuras (4.1) a (4.5) são apresentados os modelos utilizados para a determinação da geometria do modelo de bielas e tirantes empregado no modelo hiperestático apertado do presente trabalho. Esta geometria é função de diversos fatores tipo: tamanho do apoio, cobrimento da armadura inferior, altura da viga, posição do carregamento, etc.

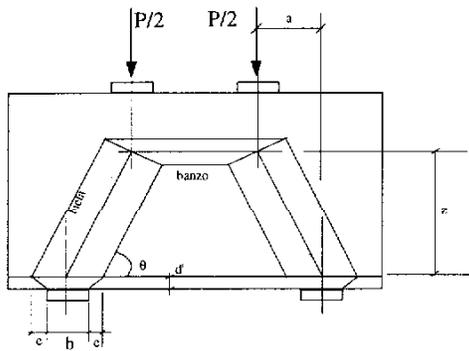


Figura 4.1 - Geometria do Modelo Biela e Tirante para viga com $l/h < 2$ sem armadura de alma – VIGAS A1 E A2 (GUIMARÃES) E V2 (BESSA).

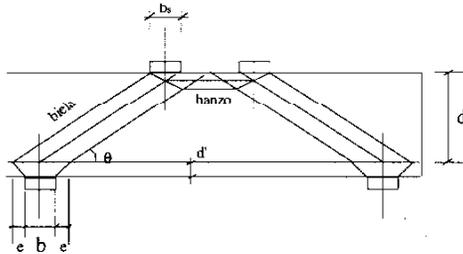


Figura 4.2 - Geometria do Modelo Biela e Tirante para viga simplesmente apoiada com $l/h \geq 2$ sem armadura de alma – VIGAS V1, V2, V3, V4, V5 E V7 (ORTIZ).

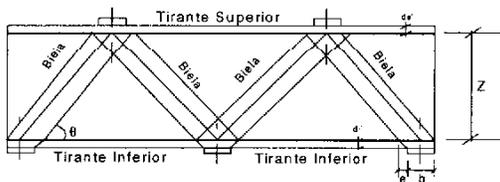


Figura 4.3- Geometria do Modelo Biela e Tirante para viga contínua sem armadura de alma – VIGAS 1/1.0, 1/1.5 E 1/2.0 (MacGREGOR).

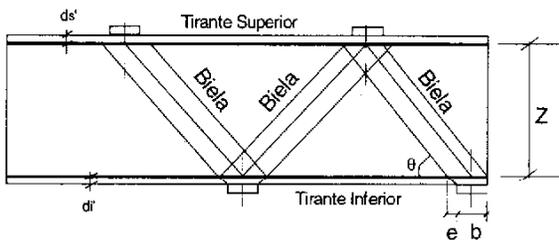


Figura 4.4 - Geometria do Modelo Biela e Tirante para viga em balanço sem armadura de alma – VIGAS 7/1.0 E 7/2.0 (MacGREGOR).

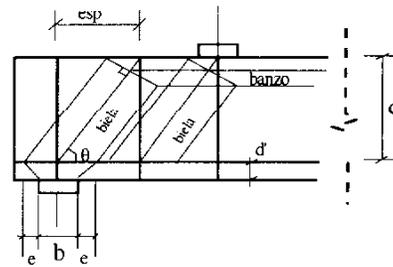


Figura 4.5 - Geometria do Modelo Biela e Tirante para viga simplesmente apoiada com $l/h \geq 2$ com estribos – VIGAS V1, V7 E V11 (ADORNO).

5 – RESULTADOS DA ANÁLISE NOS MODELOS

A tabela 5.1 apresenta um resumo de todas as vigas analisadas, com os tipos de ruptura correspondentes e os fatores de fixação determinados pela análise realizada com os dois modelos aporticados, via Análise Linear Elástica e Pseudo-Mínima Norma Euclidiana (PALE e PPMN).

VIGAS ANALISADAS					TIPOS DE RUPT. EXPER.	P _i NECESSÁRIO PARA ESTA RUPTURA	
l/h	a/d	z/d	w	P/T carga axial / tração		PALE	PPMN
A1 (GUMARÃES)					FL	< 0,4	< 0,3
1,49	0,52	0,94	0,062	3,56			
A2 (GUMARÃES)					CIS	> 0,0	> 0,0
1,49	0,54	0,85	0,151	3,20			
V2 (BESSA)					CIS	> 0,0	> 0,0
1,49	0,54	0,99	0,117	3,68			
1/1.0 (MacGREGOR)					CIS	> 0,3	> 0,3
2,00	1,05	0,99	0,326	1,90			
1/1.5 (MacGREGOR)					CIS	> 0,2	> 0,2
3,33	1,87	0,99	0,120	1,07			
1/2.0 (MacGREGOR)					CIS	> 0,3	> 0,3
4,00	2,38	0,91	0,092	0,83			

Continua na página seguinte

7/1.0 (MacGREGOR)					CIS	> 1,0	> 0,9
2,08	1,03	0,95	0,052	2,75			
7/2.0 (MacGREGOR)					CIS	> 0,4	> 0,4
4,17	2,38	0,89	0,023	1,92			
V1 (ORTIZ)					CIS	> 0,4	> 0,3
3,70	1,52	0,86	0,177	1,14			
V2 (ORTIZ)					CIS	> 0,0	> 0,0
3,70	1,52	0,92	0,255	1,21			
V3 (ORTIZ)					CIS	> 0,0	> 0,0
4,17	1,53	0,92	0,430	1,20			
V4 (ORTIZ)					FLEX-CIS	> 0,0	> 0,0
3,70	1,53	0,88	0,417	1,05			
V5 (ORTIZ)					CIS	> 0,0	> 0,0
2,78	1,50	0,91	0,125	1,74			
V7 (ORTIZ)					CIS	> 0,0	> 0,0
3,70	0,91	0,89	0,366	1,94			
V1 (ADORNO)					FL	< 0,6	< 0,8
7,69	1,90	0,84	0,295	1,01			
V7 (ADORNO)					FL	< 0,7	< 0,9
7,69	2,40	0,84	0,373	0,76			
V11 (ADORNO)					CIS	> 0,8	> 1,0
7,69	2,40	0,84	0,350	0,76			

Tabela 5.1 – Análise viga-modelo aporticado via análise linear elástica e pseudo mínima norma euclidiana.

6 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES

6.1 - Conclusões

A utilização da modelagem aporticada com conexões elásticas, em conjunto com a análise da biela assimilada a um pilar submetido à flexão composta, considerando a ligação monolítica entre a biela e o banzo comprimido, conforme sugerido pelo prof. Lobo Carneiro (Carneiro, 1964), apresentou bons resultados, permitindo-se determinar, em função do tipo de ruptura ocorrida nos ensaios, uma estimativa para o fator de fixação (grau de rigidez) real existente na estrutura.

A determinação do tipo de ruptura provável pode ser uma vantagem durante a verificação de estruturas.

Para as vigas que romperam por flexão, a análise com o modelo aporticado permitiu estimar o grau de rigidez dos nós das estruturas analisadas, quando foram determinados valores de fatores de fixação de até 0,4 ou 0,3 (PALE ou PPMN respectivamente), no caso das vigas parede, ou de até 0,6 ou 0,8 (PALE ou PPMN) no caso das vigas esbeltas.

As vigas analisadas que romperam por cisalhamento podem ser separadas em dois grupos, um no qual já estava evidente o tipo de ruptura pela análise realizada mesmo sem a inclusão de fator de fixação na conexão, quando da análise de biela assimilada a um pilar submetido à flexão normal composta, e um outro no qual houve necessidade da inclusão do fator de fixação. O fator de fixação, para as vigas que romperam por cisalhamento, variou basicamente com a relação l/h , com valores de P_i iguais a 0,2 ou 0,3 para relações l/h iguais a 2,0 ou 3,33, respectivamente, ou 0,7 para uma viga esbelta com relação $l/h = 7,69$. Isto obviamente é só uma indicação e deve ser melhor fundamentada no futuro, pois nesta análise estão incluídas vigas simplesmente apoiadas e contínuas, submetidas a uma e duas cargas concentradas e com estribos.

Foi verificado existir uma relação entre a necessidade ou não de armação longitudinal na biela e o tipo de ruptura da viga, quando a biela de concreto é assimilada a um pilar submetido à flexão normal composta.

O critério de pseudo-mínima norma euclidiana pode ser utilizado na modelagem de bielas e tirantes como alternativa ao de mínima norma euclidiana, mas é importante ressaltar que, como todo critério plástico, o de pseudo-mínima norma euclidiana exige que o material seja dúctil o suficiente para a redistribuição de esforços até que se atinja a ruptura localizada no processo.

6.2 - Sugestões

Realizar experimentos adicionais para obter uma base de dados mais ampla com o objetivo de se formular uma expressão para o dimensionamento.

Utilizar a modelagem aporticada para o estudo de vigas parede com aberturas e com armação de alma.

Realizar uma automatização computacional para o lançamento das treliças e/ou pórticos, para a análise e dimensionamento de estruturas, com a utilização do fator de fixação das conexões adequado para cada tipo de viga.

Utilizar os modelos apresentados neste trabalho para outros tipos de estruturas, tipo nós de pórtico, consolos e outras peças estruturais que não foram estudadas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ADORNO, A. L. C., “**Contribuição da Armadura de Pele na Resistência ao Cisalhamento na Flexão em Vigas de Concreto Armado**”. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, UnB, Brasília, DF, 158p, 1996.
- BESSA, M. A. S., “**Análise Experimental de Vigas Paredes**”. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, UnB, Brasília, DF, 122p, 1994.
- CARNEIRO, F. L. L. B., “**Resistência ao Esforço Cortante no Concreto Armado e Protendido**”, Assoc. Bras. Normas Técnicas, ABNT, Rio Janeiro, 37p, 1964.
- CARVALHO SILVA, R. J., “**Modelo de Bielas e Tirantes através de Modelagem Aporticada**”. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, UnB, Brasília, DF, 133p, 1997.
- CEB - Comitê Euro-internacional du Beton CEB-FIP Model Code 1990, Final Draft, bulletin d'information, nos 203, 204 e 205, 1991.
- EUROCODE - **Pré Norma Européia**. Versão para aprovação pela CT 115. Versão Portuguesa, 1991.
- GUIMARÃES, G. B., “**Análise Experimental de Vigas Parede de Concreto Armado Enrijecidos por Pilares Laterais**”, Dissertação de Mestrado, PUC-Rio, Rio de Janeiro, RJ, 133 p., 1980.
- HARRISON, H. B., “**Computer Methods in Structural Analysis**”, University of Sydney, Sydney, Austrália, 1973.
- MacGREGOR, J. G., “**Reinforced Concrete - Mechanics and Design**”, *Prentice Hall*, 187 p, 1965.
- MELLO, E. L. , “Flexão normal composta em concreto armado - Curvas analíticas de interação Normal/Fletor”, **Revista IBRACON**, No. 04, 1992.
- OLIVEIRA, L. D., “**Projeto de estruturas de concreto armado pelo modelo biela-tirante via mínima norma euclidiana**”. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, UnB, Brasília, DF, 108p, 1995
- ORTIZ, I. R., “**Strut-and-Tie Modelling of Reinforced Concrete**”. Phd Thesis, University of Westminster, London, 207p, 1993.
- RÜSCH, H., “**On the limitations of applicability of the truss analogy for the shear design of reinforced concrete beams**”, Université de Liège, 1964.
- SCHLAICH, J., ANAGNOSTOU, G., “Stress Fields for Nodes of Strut-and-Tie Models”, **Journal of Structural Engineering** - Vol. 116 - N°1. 13-23, 1990.
- SCHLAICH, J., SCHÄFER, K., JENNEWEIN, M., “**Toward a consistent design of structural concrete**”, *PCI - Journal*, 32 (3), pp. 74 - 150, 1987.
- SHEHATA, L. C. D., NAGATO, Y., “**Modelos de escoras e tirantes para regiões com descontinuidade**”, *Ciclo Palestras sobre Código Modelo CEB-FIP*, 1990 / 1991.
- SHEHATA, L. C. D., “**Aplicação de Modelos de Escoras e Tirantes**”, UFF, Rio de Janeiro-RJ, 1993.
- WANG, C. K., “**Intermediate Structural Analysis**”, Editora Mc Graw Hill, 6. ed., pg 721-741, 1989.