

Detalhamento de vigas de concreto armado

Paulo Cunha do Nascimento

Este artigo estabelece dois programas para o micro-computador Sharp PC-1211RP com a finalidade de automatizar o detalhamento de vigas de concreto armado. O primeiro programa relaciona-se à armadura longitudinal e o segundo à armadura transversal.

1.0 INTRODUÇÃO

No detalhamento de vigas de concreto armado, o processo de "retirar de serviço" as barras que constituem a armadura longitudinal de tração nas seções transversais em que não são mais necessárias, utilizando o diagrama de momento fletor da viga, seria extremamente enfadonho. Na grande maioria dos casos este problema é evitado distribuindo-se a armadura, tendo como base parâmetros tais como: pontos de momento nulo, ponto de momento máximo e valor deste momento, e ainda, valores dos momentos sob as cargas concentradas, que apenas dão uma idéia geral do aspecto do diagrama de momento fletor.

Embora sendo este um procedimento amplamente utilizado pelos profissionais da área e que, reconhecidamente conduz a bons resultados, não é a maneira precisa de solucionar o problema.

Apresenta-se um programa (DET 1) elaborado para o computador de bolso Sharp PC-1211 RP onde as abscissas das seções transversais da viga em que as barras longitudinais podem ser "retiradas de serviço", são calculadas analiticamente, de acordo com a equação do momento fletor da viga.

Tendo em vista a restrição de memória disponível para armazenamento de dados, o detalhamento de vigas contínuas é feito vão por vão, admitindo-se em cada um desses vãos, um número máximo de cinco cargas concentradas (Fig. 1.1).

Na fase preliminar de elaboração do programa, verificou-se ser mais vantajoso no detalhamento da armadura correspondente aos momentos nos apoios, aproximar-se (a favor da segurança), o diagrama real de momento fletor por uma reta, no trecho correspondente ao momento negativo (Fig. 1.2). As abscissas calculadas através do método mais preciso e as obtidas com o diagrama aproximado não diferiam em quase nada. Desse modo, tendo em vista a economia substancial de tempo de processamento, optou-se por se estabelecer o método exato apenas para o momento máximo positivo. Para o detalhamento da armadura referente aos momentos nos apoios o programa fornece portanto apenas as seções de ferro correspondentes a cada momento e as abscissas dos pontos de momento nulo.

Além da armadura longitudinal também é detalhada através de outro programa (DET 2) a armadura transversal da viga, constituída unicamente de estribos verticais, solução preferida atualmente pela quase totalidade dos construtores.

As recomendações sugeridas pela NB-1/78 são seguidas em grande parte, mas algumas simplificações foram feitas para facilitar o detalhamento.

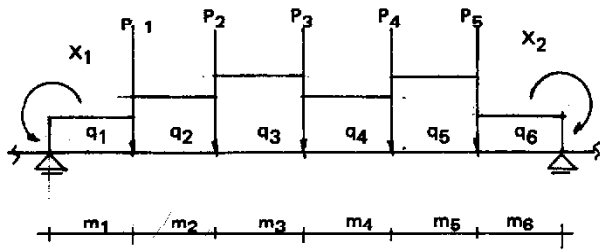


Fig. 1.1. Vão genérico de uma viga contínua com o número máximo de cargas concentradas admitido

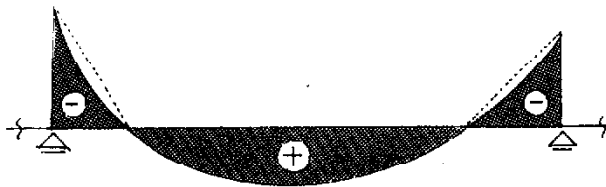


Fig. 1.2. Aproximação do diagrama de momento fletor por uma reta na região de momento negativo.

2.0 PROGRAMA DET 1

Apresentam-se adiante, de modo sucinto, as fórmulas utilizadas no programa para um vão genérico de viga contínua (Fig. 2.1) cujos diagramas de momento fletor (Fig. 2.2) e esforço cortante (Fig. 2.3) são ilustrados a seguir. As fórmulas se referem ao trecho *i* do vão mostrado e a nomenclatura introduzida se encontra no final do artigo.

Para o vão considerado, a expressão do momento fletor em uma secção genérica *s* do trecho *i* (Fig. 2.4) é:

$$M_s = M_{i-1} + Q_{1,i}x - q_i x^2/2$$

A abscissa *x* correspondente ao momento *M_s* é então dada por:

$$x = \frac{Q_{1,i}}{q_i} \pm \sqrt{\left(\frac{Q_{1,i}}{q_i}\right)^2 - \frac{2(M_s - M_{i-1})}{q_i}} \quad (1)$$

A equação (1) é a base do detalhamento da armadura longitudinal. Para obter, por exemplo, as abscissas dos pontos de momento nulo faz-se *M_s* = 0 nesta equação. É evidente que as raízes encontradas somente serão solução do problema se $0 < x < m_i$. Desse modo, aplicando-se sucessivamente a equação (1) para cada trecho (*i* = 1 a *i* = *n* + 1) determinam-se os pontos de momento nulo. Raciocínio análogo a este é utilizado para o detalhamento propriamente dito da armadura.

O momento máximo no vão é expresso por (ref. 2)

$$M_d = A_s \cdot f_{yd} \cdot Z$$

mas: $A_s = N \cdot A_{s1} = (N_o + N_r) A_{s1}$

$$M_d = (N_o + N_r) A_{s1} \cdot f_{yd} \cdot Z = N_o A_{s1} \cdot f_{yd} \cdot Z + N_r \cdot A_{s1} \cdot f_{yd} \cdot Z$$

como

$$M_o = N_o \cdot A_{s1} \cdot f_{yd} \cdot Z \Rightarrow M_o - M_o/N_r = A_{s1} \cdot f_{yd} \cdot Z$$

Fazendo $M_r = M_d - M_o \Rightarrow \Delta M_r = M_r/N_r$

tem-se $\Delta M_r = A_{s1} \cdot f_{yd} \cdot Z$

evidentemente que $M_d = M_o + \sum_{i=1}^{N_r} \Delta M$

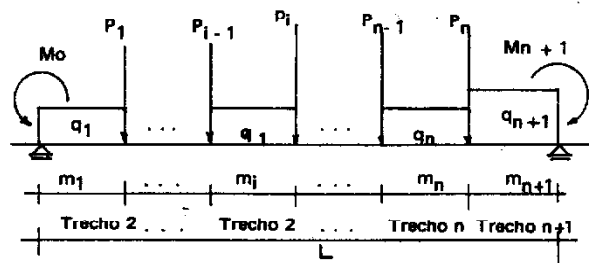


FIG. 2.1

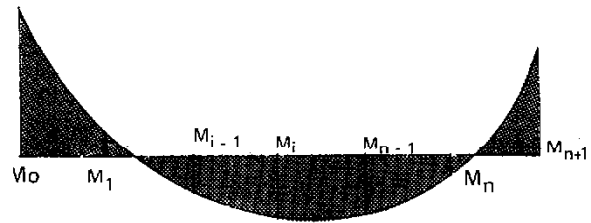
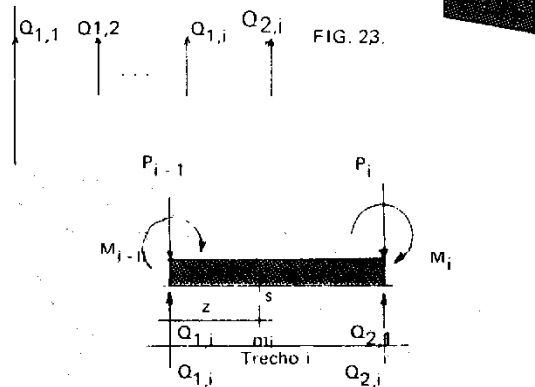
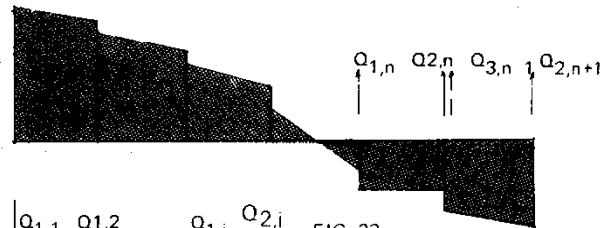


FIG. 2.2



O problema de detalhamento consiste pois em se determinar através da equação (1) as abscissas dos pontos 00', 11', 22' (Fig. 2.5), correspondentes respectivamente a *M_o*, *M_o* + Δ*M_r*, *M_o* + 2Δ*M_r*.

O número *N_o* de barras prolongadas até os apoios é calculado internamente pelo programa adotando-se um valor mínimo igual a 2 e procurando ainda atender às exigências da NB - 1/78 relativas a este assunto.

As abscissas *x_o*, *x'_o* dos pontos 0,0', 1,1' dos 1 e 1' e *x₂*, *x'₂* dos pontos 2,2' são calculadas utilizando as equações reais do momento fletor. O efeito da descalagem do diagrama de um valor *A_e* (ref. 1,2) e do comprimento de ancoragem *l_b* (ancoragem reta, sem gancho), são introduzidos simplesmente deduzindo-se dos valores de abscissas encontrados, a soma *A_e* + *l_b* (ref. 1,2).

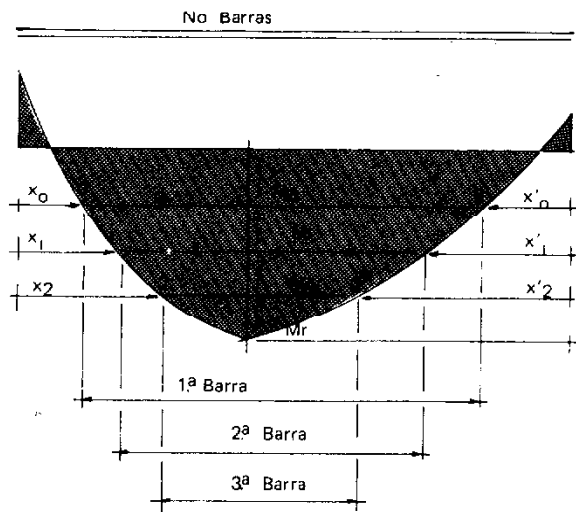


FIG. 2.5

No caso de armadura dupla, além das abscissas das N_r barras tracionadas, o programa imprime também as abscissas das seções a partir de que se pode dispensar a armadura comprimida (abscissas das seções normalmente armadas com armadura simples).

3. PROGRAMA DET 2

A armadura transversal é calculada com base na treliça clássica de Morsch (ref. 2).

Para o trecho genérico i do vão de viga continua considerado (Fig. 2.4) o esforço cortante na seção s é:

$$Q_s = Q_{1,i} - q_j x$$

A abscissa correspondente ao cortante Q_s é portanto:

$$x = (Q_{1,i} - Q_s) / q_j \quad (2)$$

O detalhamento da armadura transversal consiste basicamente em se procurar, utilizando a equação (2), as abscissas das seções transversais da viga a partir de que se deve utilizar armadura mínima.

A seção de ferro para estribos verticais é (ref. 2):

$A_s = 1.15 Vd/df$... (3) Como a tensão de cálculo da armadura.

não deve superar o valor $f = 4350 \text{ kgf/cm}^2$ por determinação da NB - 1/78, pode-se usar estribos de aços CA.50 ou CA.60 indistintamente tomando-se para fgd o valor limite fixado pela norma, Desse modo:

$$A_s = 1,15 \times 1,4 V_k/d \times 4350 \quad (4)$$

A armadura mínima correspondente a estribos verticais é dada por (ref. 1):

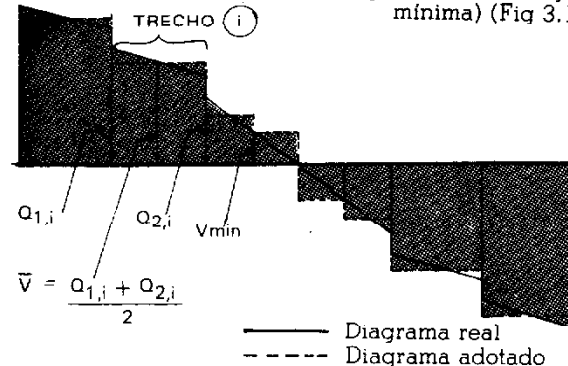
$$A_s = 0,0014 b \quad (5)$$

Combinando as equações (4) e (5) obtém-se o valor do esforço cortante que corresponde à armadura mínima:

$$V_{min} = 3.78 bd$$

Aplicando-se sucessivamente a equação (2) para cada um dos trechos ($i = 1$ a $i = n + 1$) e fazendo $Q_s = V_{min}$ nesta equação, obtém-se as abscissas das seções em que a armadura transversal é mínima.

No cálculo da armadura transversal (Eq. 3) em cada trecho adotou-se para valor característico do esforço cortante o valor médio V entre os cortantes da extremidade do trecho considerado (exceto no trecho em que se encontra o cortante correspondente a armadura mínima) (Fig 3.1).

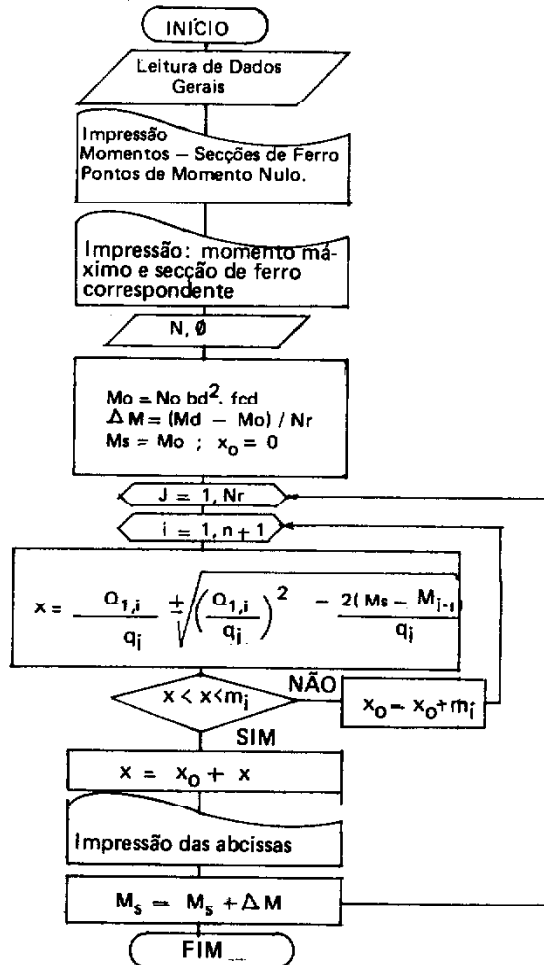


(Fig. 3) diagrama de esforço cortante adotado

O programa Det 2 verifica ainda se a tensão na biela comprimida da treliça de Morsch é inferior aos valores limites especificados pela NB1 - 78.

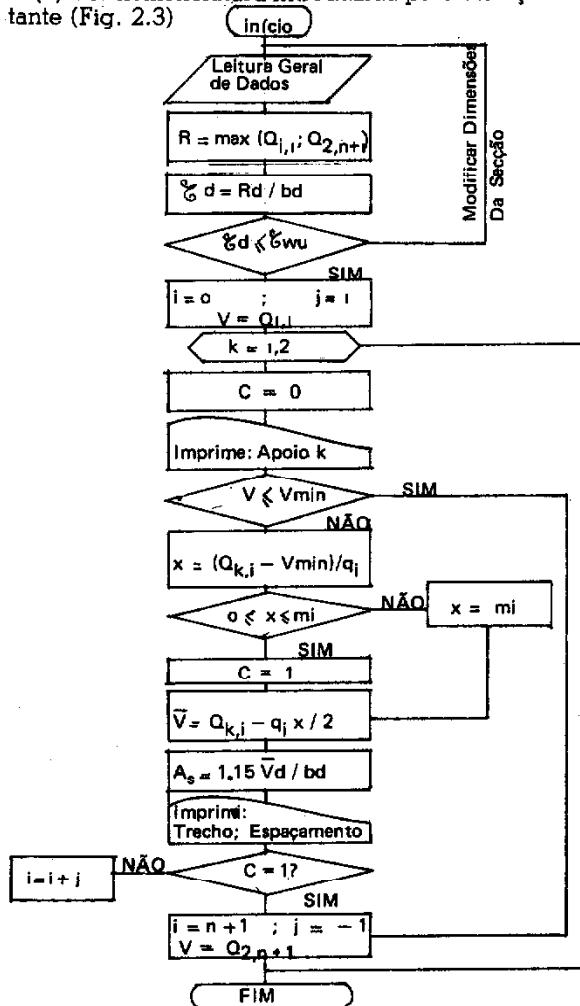
5.0 FLUXOGRAMAS.

5.1 PROGRAMA DET 1



5.2 PROGRAMA DET 2(*)

(*) Ver nomenclatura introduzida para esforço constante (Fig. 2.3)



6.0. Listagem dos Programas

6.1. Programa Det. 1

```

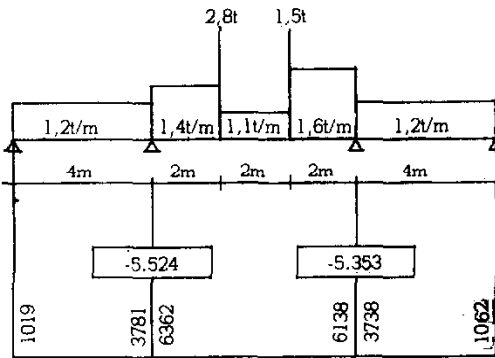
51: D=1: INPUT "N
  =":N, "PHI=":
  E, "FCK=":F
10: INPUT "B=":B
  "M=":M, "R1=":
  "A":R2=":R
11: IF K<6 GOTO
  13
12: H=0,95*M:
  GOTO 15
13: H=H-3
15: J=17:I=0
17: C=J+1
20: INPUT "M=":M
  (J), "Q=":Q(A(C
  C))
25: IF I=NGOTO 4
  5
30: I=I+1:C=J+2
35: INPUT "P=":P
  (C)
40: J=J+3:GOTO 1
  7
45: J=17:D=3:P=2
50: FOR I=1 TO 2
55: H=0:C=0:D=0:G
  =H/F/7840
60: IF A<OGOTO 7
  2
63: BEEP 2:USING
  "###.##"
70: PRINT "RMA
  X=":GOTO 5
72: PRINT USING
  "##"i" APOI
  0"iI
75: O=1000*A/G/H
80: IF O<3,78
  GOTO 150
85: L=(O-0,00378
  *G*H)/A(J+1)
90: IF L<OGOTO 1
  05
95: IF L>A(J)
  GOTO 105
100: C=1:GOTO 110
105: L=A(J)
110: A=A-A(J+1)*L
  /2
115: K=INT (E*2*M
  /A/23,5)
125: PRINT USING
  "###.##"i "X="
  :L
130: PRINT USING
  "###.##"iE1"C
  "K
135: IF C=1GOTO 1
  50
140: A=A-(A(J+P)+
  A(J+1)*L/2):
  J=J+D
145: GOTO 75
150: A=B:J=3*M+17
  :D=3:P=-1
155: NEXT I
157: GOTO 5
160: END
  
```

6.2. Programa Det. 2

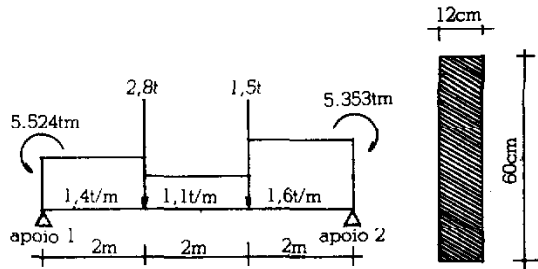
```

240: D=R:C=21:K=P
  E=0:B=0:F=0
241: IF T=OGOTO 2
  90
245: GOSUB 700:
  GOSUB 600
270: IF E=LGOTO 2
  85
275: D=G-A(C+2)
280: K=-K:C=C+3:
  GOTO 245
283: B=B-0:IF B<0
  LET B=0
284: F=L-F-0:IF F
  <OLET F=0
285: PRINT "X1 ="
  :B
286: PRINT "X2 ="
  :F
290: T=H+(M-1)*Q:
  O=H:NEXT M
295: GOTO 5
300: END
600: IF I>OLET F=
  E+I
605: IF J>OLET B=
  E+J
610: G=D-A(C+1)*A
  (C):K=-K+D*A
  (C)-A(C+1)*A
  (C)^2/2
615: E=E+A(C)
620: RETURN
700: A=(ABS (D/A(C
  C+1)))^2-2*(
  T+K)/A(C+1)
705: IF A<ORETURN
  710:A=-A
715: I=D/A(C+1)+A
  :J=D/A(C+1)-
  A
720: IF I>A(C)LET
  I=0
725: IF I<OLET I=
  0
730: IF J>A(C)LET
  J=0
735: IF J<OLET J=
  0
740: RETURN
800: IF ABS (T)<O
  .10RETURN
801: T=ABS (14000
  O*T):K=0,182
  *B*H^2*F
805: IF T>KGOTO 8
  25
810: C=0,5+0,5*(
  1-3,291+T/(B
  +H^2*F))
815: T=T/(4350*C*
  H):K=0
820: PRINT "AS ="
  :T:GOTO 860
825: IF T<0,3*B*H
  ^2*F6GOTO 840
830: T=0,2163*B*H
  ^2*F:T=T/100
  000
835: PRINT "MAX="
  :T:GOTO 1
840: I=(T-K)/(28
  41+2539*(A/
  H-0,723)*A)
845: T=B+H*F/1239
  8*(T-K)/(435
  0*A):C=0,815
850: PRINT "AS1="
  :T
851: PRINT "AS2="
  :I
860: RETURN
5: "G": INPUT "X
  1=":P, "R1=":
  R, "L=":L:
  USING "###.##"
  :L
10: E=0:C=21:K=P
  :D=R:T=0:B=0
  :F=0:I=0:J=0
  :M=0
15: Q=C+1
20: INPUT "M=":M
  (C), "Q=":Q(A(C
  C))
25: H=D/A(C)
30: IF N>A(C)
  GOTO 45
35: IF N<OGOTO 4
  5
40: H=-K+D*N-A(C
  )*N^2/2
45: GOSUB 700:
  GOSUB 600
50: IF E=LGOTO 8
  0
55: Q=Q+1
60: INPUT "P=":P
  (Q)
65: D=G-A(C)
70: IF D<OLET
  M=K
75: K=-K:C=C+3:
  GOTO 15
80: T=R:J=L-F:Q=
  K
150: INPUT "B=":B
  "H=":H, "FCK
  =" :F
160: H=H-3*F:H=H-3
175: PRINT "X1 ="
  :I
176: PRINT "X2 ="
  :J
180: FOR E=1 TO 1
  T
185: T=A(E):GOSUB
  800
190: NEXT E
195: PRINT " "
200: PRINT "MMK="
  :M:T=M:E=0:
  GOSUB 800
201: PRINT " "
205: INPUT "N=":N
  "PHI=":P
210: IF N<6GOTO 2
  25
215: I=N/3:B=INT
  (I)
220: IF I>OLET B=
  B+1:GOTO 230
225: B=2
230: F=1,5*G/(F*(
  2/3)+H/200:
  H=24,4*B*O^2
  *C*H:H=H/100
  000
235: A=H-B:T=K/14
  000:PRINT
  USING "###.##"
  :I:N:O:/" :B:
  N:F:O=N
236: IF A=OGOTO 2
  38
237: Q=(M-H)/A:
  USING "###.##"
  :Q
238: S=A+1:O=0
239: FOR M=1 TO 5
  
```

7.0 APLICAÇÃO PRÁTICA



Detalhamento do vão central



Concreto: $f_{ck} = 150 \text{ kgf/cm}^2$ Seção transversal

Resultados impressos pelo programa DET 1

$X_1 = 0.97$
 $X_2 = 1.00$
 $A_s = 3.56$
 $A_s = 3.43$

 $MMx = 4.66$
 $AS = 2.93$

4.0 10.0/ 2.0

 $X_1 = 0.69$
 $X_2 = 0.80$

 $X_1 = 0.96$
 $X_2 = 1.13$

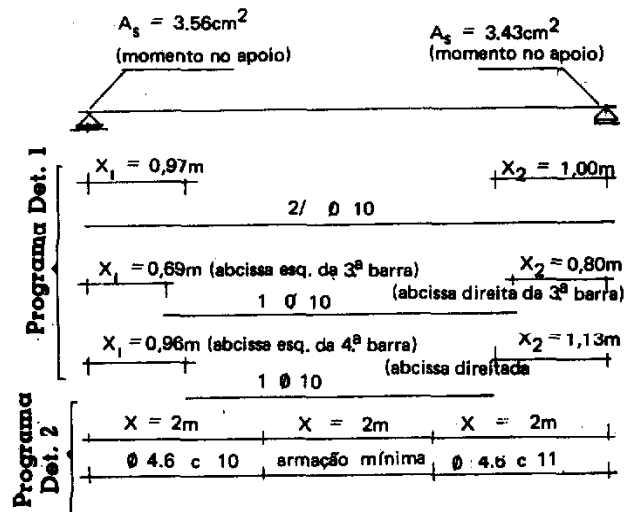
Resultados impressos pelo programa DET 2

APÓIO 1
 $X = 2.00$
4.6C 10.0

APÓIO 2
 $X = 2.00$
4.6C 11.0

8.0 INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS

Momento máximo $MMx = 4.66 \text{ tm}$ — $A_s = 2.93 \text{ cm}^2$
 Usou-se $4\phi 10 \text{ mm}$ (3/8"), O programa imprime 4,0 10.0/2.0 — 2 barras "corridas"



9.0 NOMENCLATURA

A_s = Secção de ferro (estribos ou armadura longitudinal)
 A_{s1} = Área da secção transversal de uma barra da armadura longitudinal
 b = Largura da secção transversal (retangular) da viga
 d = Altura útil da secção transversal
 h = Altura total da secção transversal
 L = Comprimento do vão
 m = Comprimento de um trecho de carga uniformemente distribuída
 Md = Momento máximo no vão
 Mo = Momento absorvido pelas barras prolongadas até o apoio
 Mr = Momento absorvido pelas N_r barras tracionadas
 ΔMr = Momento absorvido por uma das N_r barras
 n = Número de cargas concentradas
 N = Número total de barras tracionadas
 No = Número de barras tracionadas prolongadas até o apoio
 Nr = Número de barras tracionadas restantes:
 $Nr = N - No$
 P = Carga concentrada
 q = Carga distribuída
 Q = Esforço cortante
 V_{min} = Esforço cortante correspondente à armação transversal mínima.
 \bar{V} = Esforço cortante médio.

BIBLIOGRAFIA

- ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas. Normas Brasileiras NB-1/78 — Cálculo e Execução de Obras de Concreto Armado — Rio de Janeiro — 1978.
- Süssekind, José Carlos — Curso de Concreto — Volume I. Editora Globo — Porto Alegre — 1980.
- Sharp — Manual de Instruções — PC-1211 R/Rp.