A FLEXÃO NORMAL COMPOSTA E SEUS CASOS PARTICULARES (2ª PARTE)

* Gulielmo Viana Dantas

Apresentam-se a formulação da Flexão Normal Simples com armadura Dupla e as conclusões, mostrando a particularidade da Flexão Normal Composta.

4. FLEXÃO NORMAL SIMPLES COM ARMADURA DUPLA

Quando na Flexão Simples com Armadura Simples o cálculo conduzir a $\mu > \mu_{3-4}$ (ou seja, $\alpha_x > \alpha_{x3-4}$), o uso da Armadura Unilateral corresponderá ao domínio 4. Esta situação deve ser evitada para que não ocorram rupturas frágeis, não-avisadas.

Em tais casos, limita-se o valor máximo de α_x (em geral, igual a α_{x3-4}) e recorre-se á Armadura Dupla, assim chamada pelo fato de se colocar aço também na zona comprimida, formando-se um binário resistente aço tracionado-aço comprimido, que ajuda o concreto na área de compressão.

Temos:

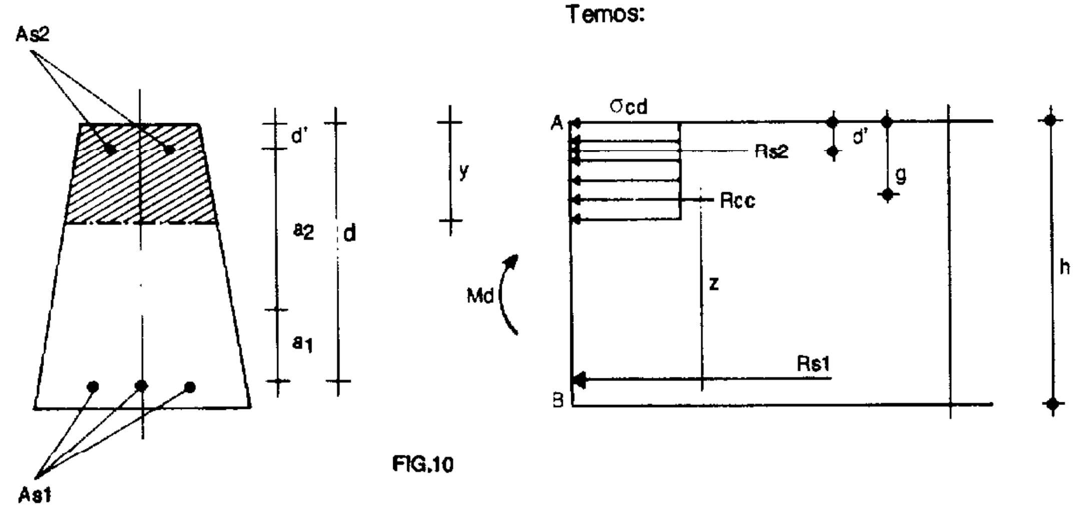


FIG.10

Da equação de Equilíbrio das Forças, vem:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow 0 = Rcc + Rs + Rs$$

*Engº Civil, M. Sc. Prof. da UNIFOR

$0 = A'c.\sigma cd + As1.\sigma s1d + As2.\sigma s2d$ ou
$0 = \Psi + \rho 1.\beta 1 + \rho 2.\beta 2$ (24)

Da Equação de Equilíbrio de Momentos, vem:

$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow -Md = Rcc.g + Rs1.d + Rs2.d'$

$-Md = A'c.\sigma cd.g + Asl.\sigma s1d.d + As2.\sigma s2d.d'$ ou

$-\mu = \overline{\Psi} + \rho 1 . \beta 1 . \delta + \rho 2 . \beta 2 . \delta'$ (25)

ou $\mu = -\overline{\Psi} - \rho 1 . \beta 1 . \delta - \rho 2 . \beta 2 . \delta'$ (25')

Resolvendo o sistema formado por (24) e (25), tem-se:

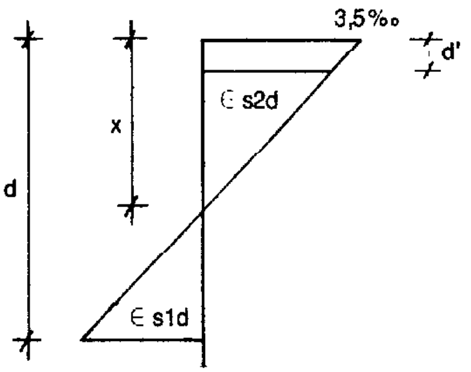
$$\rho 1 = \frac{-\mu - \overline{\Psi} + \Psi.\delta'}{\beta 1 (\alpha a1 + \alpha a2)} = \frac{-\mu - \overline{\Psi} + \Psi.\delta'}{\beta 1 (\delta - \delta')} \quad (26)$$

$$\rho 2 = \frac{\mu + \overline{\Psi} - \Psi.\delta}{\beta 2 (\alpha a1 + \alpha a2)} = \frac{\mu + \overline{\Psi} - \Psi.\delta}{\beta 2 (\delta - \delta')} \quad (27)$$

Observe que as equações (24), (25), (26) e (27) são as mesmas equações (1), (2), (3) e (4) quando se faz $\nu = 0$ (Flexão Simples).

Equações de Compatibilidade:

Temos:



$$\frac{3,5}{x} = \frac{\epsilon s1d}{d-x}$$

$$\epsilon sld = 3,5 \; \frac{\alpha x - \delta ‰}{\alpha x} \quad (28)$$

$$\frac{3,5}{x} = \frac{\epsilon s2d}{x-d'}$$

$$\epsilon s2d = 3,5 \; \frac{\alpha x - \delta' ‰}{\alpha x} \quad (29)$$

OBS.: Como se trabalha com $\alpha x = \alpha x3\text{-}4$, então $\epsilon_{s1d} = -\epsilon_{yd}$

EXEMPLO 6:

Dada uma seção: b = 20cm, d = 40cm e h = 43cm, calcular a armadura para que a seção resista ao momento fletor Mk = 110 KN.m (11000 Kgf.m).

Considere: fck = 20MPa (200 Kgf/cm²)

aço CA – 50B
$\gamma f = 1,4$
$\gamma c = 1,4$
$\gamma s = 1,15$
$d' = 3cm$

Solução:

$Md = 1,4 \times 110 = 154$ KN.m = 15.400 KN.cm
$fck = 20MPa = 2,0$ KN/cm²
$\sigma cd = 0,85 fcd = 0,85 \frac{2,0}{1,4} = 1,21$ KN/cm²

$fyk = 500$ MPa = 50KN/cm²
$fyd = 50/1,15 = 43,48$ KN/cm²
$Ac = 20 \times 43 = 860$cm²

$$\mu = \frac{Md}{\sigma cd.Ac.h} = \frac{15400}{1,21 \times 860 \times 43} = 0,344$$

$\epsilon yd = 4,07‰$
$\xi 3\text{-}4 = 0,462$

$\delta = 40/43 = 0,93$
$\mu 3\text{-}4 = 0,301 . \delta^2 = 0,301 \times 0,93^2 = 0,260$
$\mu > \mu 3\text{-}4$

Com Armadura Simples teríamos peça superarmada:
De (19): $0,344 = -\alpha y^2/2 + \alpha y . 0,93$
$\therefore \; \alpha y = 0,509 = \Psi$

Então: $\alpha x = 0,509/0,8 = 0,636$

De(28): $\epsilon s1d = 3,5 \frac{\alpha x - \delta ‰}{\alpha x}$

$$= 3,5 \; \frac{0,636 - 0,93‰}{0,636}$$

$= -1,618 ‰ \Rightarrow \sigma s1d = -327MPa = -32,7KN/cm^2$

e $\beta 1 = \frac{\sigma s1d}{\sigma cd} = -\frac{32,7}{1,21} = -27,02$

Portanto:

$$\rho = \rho 1 = -\frac{\Psi}{\beta 1} = \frac{0,509}{27,02} = 0,0188 = 1,88‰$$

$$As = As1 = \frac{1,88}{100} \times 860 = 16,17cm^2$$

Recorrendo à Armadura Dupla, com $\alpha x = \alpha x3\text{-}4$, teremos:

De(15):

$\alpha x3\text{-}4 = \xi 3\text{-}4 . \delta = 0,462 \times 0,93 = 0,430$

$\alpha y3\text{-}4 = 0,8 \; \alpha x3\text{-}4 = 0,344 = \Psi$

$\overline{\Psi} = \alpha y^2 3\text{-}4/2 = 0,344^2/2 = 0,059$ e

$\delta' = d'/h = 3/43 = 0{,}07$

$\alpha e1 = e1/h = (43/2 - 3)/43 = 0{,}43$

$\alpha e2 = e2/h = (43/2 - 3)/43 = 0{,}43$

$\varepsilon s1d = -\varepsilon yd = -4{,}07‰ \Rightarrow \sigma s1d = -434{,}8MPa = -43{,}48KN/cm^2$

$\beta 1 = \sigma s1d/\sigma cd = -43{,}48/1{,}21 = -35{,}93$

$$De(25): \varepsilon s2d = 3{,}5\ \frac{0{,}43 - 0{,}07}{0{,}43} = 2{,}930‰$$

$\Rightarrow \sigma sd2 = 398{,}1MPa = 39{,}81KN/cm^2$

$\beta 2 = \sigma s2d/\sigma cd = 39{,}81/1{,}21 = 32{,}90$

Assim:

$$De(26): \rho 1 = \frac{-0{,}344 - 0{,}059 + 0{,}344 \times 0{,}07}{-35{,}93\ (0{,}43 + 0{,}43)} = 0{,}0123 = 1{,}23\%$$

$$De(27): \rho 2 = \frac{0{,}344 + 0{,}059 - 0{,}344 \times 0{,}93}{32{,}90\ (0{,}43 + 0{,}43)} = 0{,}0029 = 0{,}29\%$$

$De(5): As1 = 0{,}0123 \times 860 = 10{,}58cm^2$

$De(6): As2 = 0{,}0029 \times 860 = 2{,}49cm^2$

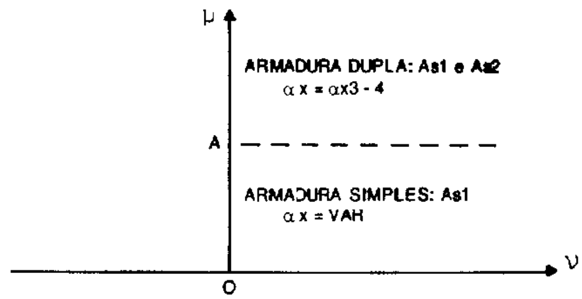
$As = 13{,}07cm^2 < 16{,}17cm^2$

Observe que o gasto correspondente de Armadura da solução com Armadura Dupla é inferior ao da solução com Armadura Simples, além de evitar os inconvenientes da peça superarmada.

5. CONCLUSÕES

Mostrou-se a particularidade das Fórmulas da Flexão Normal Simples, com ou sem Armadura Dupla, em relação às Fórmulas da Flexão Normal Composta, no caso particular da seção retangular. Contudo, isso é válido para qualquer tipo de seção transversal, desde que satisfaça algumas particularidades, já comentadas.

Fazendo-se um gráfico no sistema de eixos $\nu \times \mu$ dos pontos representativos da Flexão Normal Simples, obtém-se o próprio eixo μ:



Onde o trecho $0 \rightarrow A$ representa os pontos característicos de Armadura Simples com a posição da linha neutra sendo variável, e o trecho $A \rightarrow +\infty$ representa os pontos característicos de Armadura Dupla com a posição da linha neutra constante.

Portanto, tudo se resume no uso das fórmulas gerais (3) e (4) da Flexão Normal Composta, que no caso de $\nu = 0$ se confundirá com as fórmulas da Flexão Normal Simples com Armadura Dupla e, se além disso, $\rho 2 = 0$ confundira-se-á com as fórmulas da Flexão Normal Simples com Armadura Simples.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1 — Cálculo de Concreto Armado, Vol. I e II — Lauro Modesto dos Santos

2 — Estruturas de Concreto Solicitações Normais — Péricles Brasiliense Fusco.