

CÁLCULOS PLANIMÉTRICOS DE UMA POLIGONAL

* Fernando Antonio de Cerqueira

Este artigo trata de um programa para computadores do tipo IBM-PC e seus compatíveis, elaborado na linguagem GW-BASIC, destinado ao cálculo das coordenadas dos vértices de uma poligonal e a obtenção de sua área, bem como, ao cálculo das coordenadas dos pontos dos detalhes. Face aos tipos de ângulos horizontais existentes, foram abordados os principais métodos usualmente empregados.

1. INTRODUÇÃO

Este programa tem por finalidade analisar e calcular os seguintes elementos:

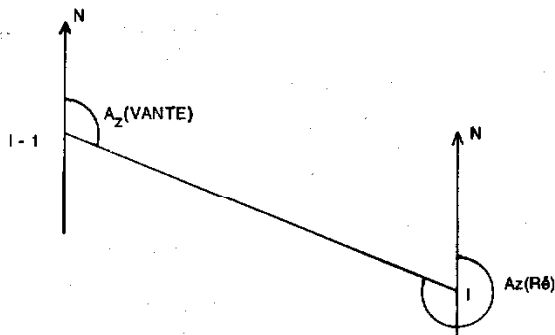
- azimutes de vante dos lados da poligonal.
- azimutes dos alinhamentos que ligam os detalhes a poligonal.
- verificação dos valores obtidos, se não excedem a 360 graus, fazendo a correção se necessário.
- escolha do método de cálculo, face aos tipos de ângulos horizontais, usualmente empregados:
 - azimute de vante e de ré;
 - ângulos de deflexão;
 - ângulos de flexão (ângulos externos)
 - ângulos internos;
- erro de fechamento angular e verificação da tolerância máxima.
- projeções horizontais e verticais (coordenadas parciais).
- soma algébrica das projeções e erro linear de fechamento da poligonal, verificando se o mesmo atende a precisão mínima desejada, procedendo-se a distribuição do erro, caso esteja dentro dos limites de tolerância.
- coordenadas dos vértices.
- área da poligonal.
- coordenadas dos pontos dos detalhes.

* Eng.º Civil, Graduado pela Universidade de Fortaleza. Atualmente é o responsável pelo setor de Informática da Firma SONDOTÉCNICA Engenharia de Solos S.A.

2. CÁLCULO DOS AZIMUTES DE VANTE

2.1) Método dos Azimutes de Vante e de Ré.

Sabe-se que para um mesmo alinhamento, o azimute de vante difere do azimute de ré, de 180 graus. Pequenas diferenças de ordem, as vezes, de até 3 graus são verificadas, devido a influências magnéticas locais.



$$A_{I-1}(\text{vante}) - A_I(\text{ré}) = \pm 180^\circ$$

O erro devido a influência magnética será:

$$E_p = A_{I-1}(\text{vante}) - A_I(\text{ré}) \pm 180^\circ$$

O sinal (+ →) de 180 graus depende do azimute de ré do vértice I, ser maior ou menor, do que o azimute de vante do vértice I-1.

Ep é chamado de correção parcial.

O azimute de vante do primeiro vértice (considerado como vértice de origem), não sofre correção. A direção N-S do primeiro vértice serve de referência para se corrigir a falta de paralelismo da agulha magnética nos demais vértices devido a influência magnética local.

Sendo a correção Ep efetuada em cada vértice da poligonal, corresponde uma correção acumulada nos respectivos azimutes.

Seja SEi igual ao erro acumulado até o vértice i.

$$SE_1 = \sum_i E_p$$

O primeiro vértice não sofre correção.

$$SE_1 = 0$$

$$SE_2 = E_{p1}, \text{ onde } E_{p1} = A_1 \text{ (vante)} - A_2 \text{ (re)} \pm 180^\circ$$

$$A'_2 \text{ (vante)} = A''_2 \text{ (vante)} + SE_2$$

$$A'_2 \text{ (re)} = A''_2 \text{ (re)} + SE_2$$

$A''_2 \text{ (vante)}$: azimute de vante lido no vértice 2.

$A'_2 \text{ (vante)}$: azimute de vante lido no vértice 2 com correção parcial.

O mesmo conceito para o azimute de ré.

$$SE_3 = SE_2 + E_{p2}$$

$$A'_3 \text{ (vante)} = A''_3 \text{ (vante)} + SE_3$$

$$A'_3 \text{ (re)} = A''_3 \text{ (re)} + SE_3$$

etc.

Considerando o vértice de ordem n + 1 como sendo o vértice 1 de origem e tendo em vista que a correção parcial, restabelece o paralelismo da agulha magnética, deveria se ter:

$$SE_{N+1} = SE_N + E_{pN} = 0, \text{ pois a direção N-S inicial}$$

serve de referência para as demais correções.

Este valor não sendo igual a zero representará o erro de fechamento angular (Ef).

Deve-se verificar se o erro de fechamento não excede a tolerância máxima admitida, dada pela expressão:

$$E_M = E_{ANG} \cdot \sqrt{N}$$

E_{ANG} : erro angular admissível máximo por ângulo lido.

E_M = erro de fechamento máximo tolerado.

N: número de ângulos.

Deve-se portanto analisar a condição $E_M > = |Ef|$

Verificada a tolerância do erro de fechamento, procede-se a distribuição do mesmo.

A distribuição deste erro é feita diretamente nos azimutes de vante, com valores acumulados.

Seja FC: fator de correção

$$FC = -E_f/N$$

O azimute do primeiro vértice não sofre correção.

A correção correspondente ao vértice i será:

$$A_1 \text{ (vante)} = A'_1 \text{ (vante)} + (i-1) \cdot FC$$

$$A_2 \text{ (vante)} = A'_2 \text{ (vante)} + 1 \cdot FC$$

$$A_3 \text{ (vante)} = A'_3 \text{ (vante)} + 2FC, \text{ etc.}$$

$$A_{N+1} \text{ (vante)} = A'_{N+1} \text{ (vante)} + N \cdot FC$$

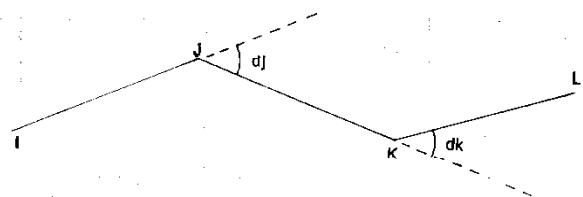
O azimute de ordem N+1 correspondente ao azimute do vértice 1.

A etapa seguinte, cálculo das projeções é idêntica para todos os métodos.

2.2) Método das Deflexões

Chama-se Deflexão o ângulo que o alinhamento de vante faz com o prolongamento de ré, medido a partir deste para a direita ou para a esquerda, conforme a posição do alinhamento de vante, no primeiro caso tem-se deflexão a direita e no segundo a deflexão a esquerda.

A deflexão a direita tem sinal positivo, e a deflexão a esquerda tem sinal negativo.



d_j : deflexão a direita (positiva)

d_k : deflexão a esquerda (negativa)

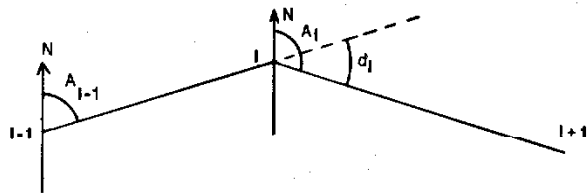
Neste método entra-se com o azimute de vante do primeiro vértice e calcula-se os azimutes dos demais vértices, pela fórmula seguinte:

$$A_i = A_{i-1} + (d)_{i-1}$$

Onde A_i : Azimute de vante do vértice i

Obs.: Quando o valor de A for superior a 360°, subtrai-se 360° do valor obtido.

novo valor do azimute: $A_I - 360^\circ$



A soma real (teórica) das deflexões de uma poligonal fechada é igual a 360 graus.

$$S_R = 360^\circ$$

Seja S_D a soma das deflexões medidas na poligonal:

$$S_D = \sum_j^N D_j$$

O erro de fechamento angular será então:

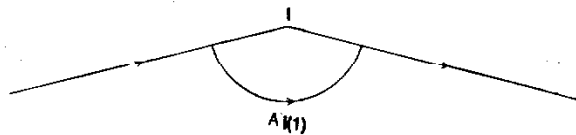
$$E_F = S_D - S_R$$

Verifica-se o atendimento aos limites de tolerância e procede-se a distribuição do erro, direto nos azimutes, de forma idêntica ao do processo anterior.

Os instrumentos utilizados nas leituras de ângulos, oferecem boa precisão, assim toma-se o erro angular admissível (E_{ang}) em torno de um minuto.

2.3 – Método dos Ângulos Internos

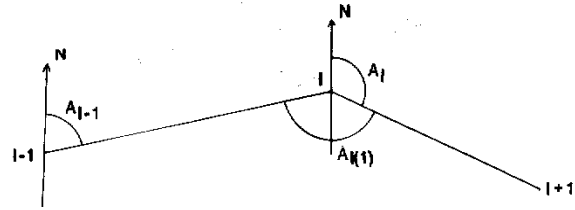
Este método é utilizado apenas nos polígonos fechados. Chama-se de ângulo interno, ao ângulo formado por dois lados de um polígono medido internamente, é o ângulo formado pelos dois alinhamentos medido a partir do de ré no sentido anti-horário.



Também, neste método, entra-se com o azimute de vante do primeiro vértice, para calcular os azimutes dos demais, empregando-se a fórmula:

$$A_I = A_{I-1} - A_{I(1)} + 180^\circ$$

Vale a observação do método anterior, para valores de A_I superior a 360 graus.



A soma real (teórica) de todos os ângulos internos de um polígono fechado é dado pela expressão.

$$S_R = (N-2) \cdot 180^\circ$$

Seja S_i : soma dos ângulos internos medidos na poligonal.

$$S_i = \sum_1^N A_{I(1)}$$

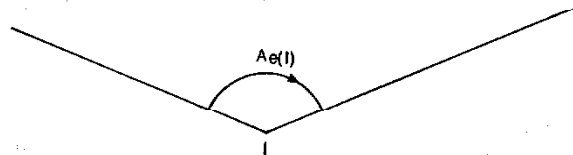
O erro de fechamento angular será então:

$$E_F = S_i - S_R$$

O restante é idêntico ao método anterior.

2.4 – Método dos Ângulos Externos

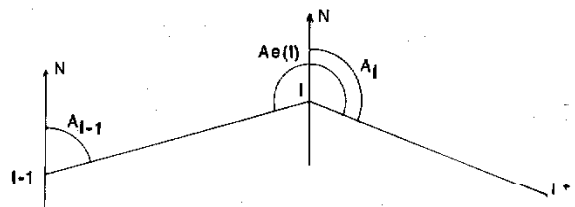
Chama-se de ângulo externo, flexão ou ângulo a direita ao ângulo de dois alinhamentos medido a partir do alinhamento de ré no sentido horário.



O azimute de vante de cada vértice é calculado pela fórmula:

$$A_I = A_{I-1} + A_{E(1)} - 180^\circ$$

Vale aqui as observações para valores superiores a 360°



A soma real (teórica) de todos os ângulos externos de uma poligonal é dada pela expressão:

$$S_R = (N+2) \cdot 180^\circ$$

Seja S_E a soma dos ângulos externos medidos na poligonal

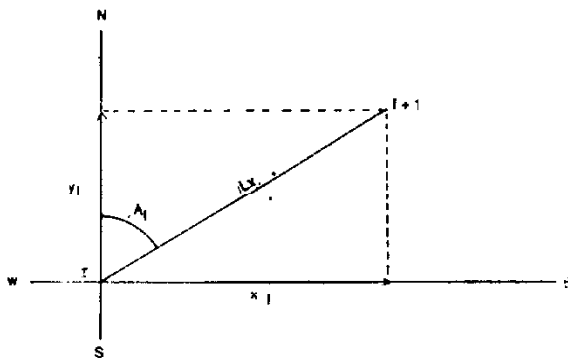
$$S_E = \sum_{l=1}^N A_E(l)$$

$$\text{Erro de fechamento } E_F = S_E - S_R$$

O restante é idêntico aos métodos anteriores.

3 – COORDENADAS PARCIAIS

Chamamos de coordenadas parciais, as projeções horizontais e verticais dos lados da poligonal, serão representadas respectivamente por x_i e y_i , onde o índice i representa o vértice da origem de cada alinhamento L_i .



Convenciona-se que a direção N-S representará o eixo dos YY e a direção E-W representará o eixo XX.

$$\text{Tem-se } x'_i = L_i \cdot \sin A_i$$

$$y'_i = L_i \cdot \cos A_i$$

x'_i e y'_i são respectivamente as abscissas e ordenadas parciais provisórias, isto é, valores sujeitos a distribuição do erro de fechamento.

4 – ERRO LINEAR DE FECHAMENTO

$$E_x = \sum_{l=1}^N x'_l : \text{erro das abscissas parciais}$$

$$E_y = \sum_{l=1}^N y'_l : \text{erro das ordenadas parciais}$$

$$E_L = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} : \text{erro linear de fechamento}$$

Tolerância do erro linear de fechamento.

Chama-se de precisão linear o erro linear relativo, isto é, o erro linear dividido pelo perímetro da poligonal.

$$P_L = \frac{E_L}{\sum_{l=1}^N L_l} = \frac{1}{\frac{\sum_{l=1}^N L_l}{E_L}} = \frac{1}{D_L}$$

P_L = precisão linear calculada

D_L = denominador da precisão calculada

$$P_M = \frac{1}{D_M}$$

D_M = denominador da precisão mínima

$$D_L \geq D_M$$

5 – DISTRIBUIÇÃO DO ERRO LINEAR

Será empregado o método de dividir tanto o erro das abscissas E_x como o erro das ordenadas E_y , proporcional ao comprimento dos alinhamentos.

$$D_X(l) = \frac{E_x \cdot L_l}{\sum_{l=1}^N L_l} \quad X_l = X'_l + D_X(l)$$

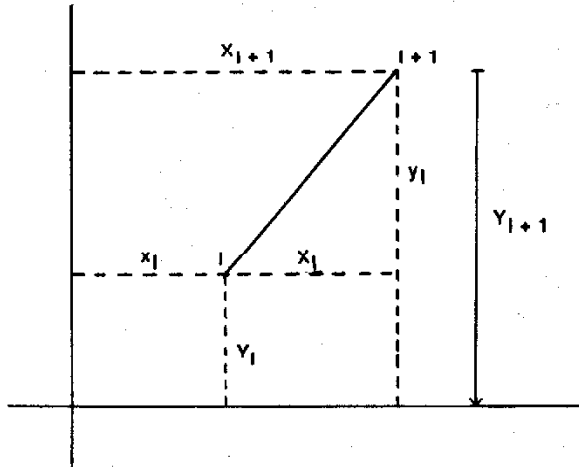
$$D_Y(l) = \frac{E_y \cdot L_l}{\sum_{l=1}^N L_l} \quad Y_l = Y'_l + D_Y(l)$$

6 – CÁLCULO DAS COORDENADAS DOS VÉRTICES

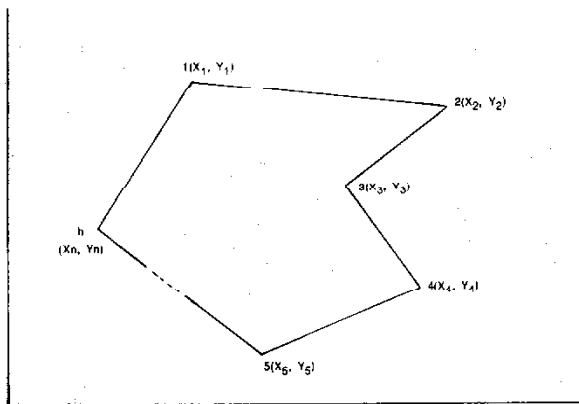
Entra-se com as coordenadas do 1º vértice: X_1 e Y_1

$$X_{l+1} = X_l + x_l$$

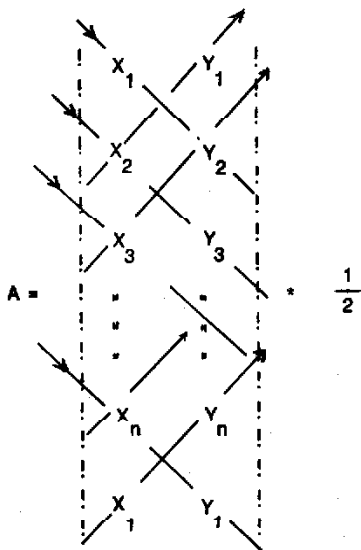
$$Y_{l+1} = Y_l + y_l$$



7 – CÁLCULO DA ÁREA DO POLÍGONO

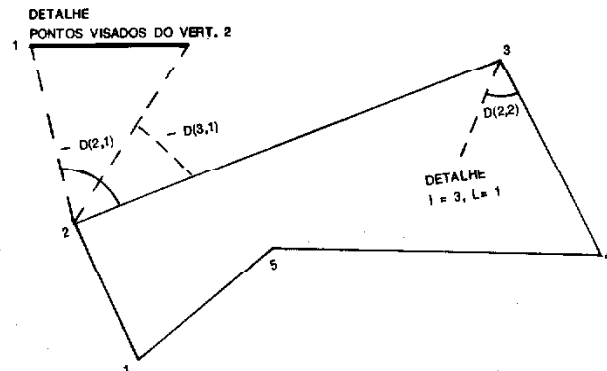


Cálculo da área de um polígono fechado pelo método das coordenadas dos vértices
Regra Prática



Agrupando-se em colunas os pares de coordenadas na ordem crescente dos vértices, repetindo-se no final o par de coordenadas do primeiro vértice, realiza-se os produtos na forma indicada a seguir, considerando o sinal (-) para os produtos ascendentes e (+) para os produtos descendentes.

8 – COORDENADAS DOS PONTOS DOS DETALHES



O levantamento dos detalhes é feito instalando-se, o instrumento nos vértices da poligonal básica e visando-se os pontos dos detalhes.

Seja $D(I, L)$ o ângulo que o alinhamento I, L faz com o alinhamento de vante do vértice I da poligonal, sendo L um ponto de detalhe.

Considera-se positivo os ângulos a direita e negativo a esquerda.

$D(2,1)$ tem valor negativo
 $D(3,1)$ tem valor positivo

Azimute do alinhamento que liga o vértice da poligonal ao detalhe.

$$A(I, L) = A(I) + (\pm D(I, L))$$

$A(I, L)$: azimute do alinhamento I, L
 $A(I)$: azimute de vante do vértice I

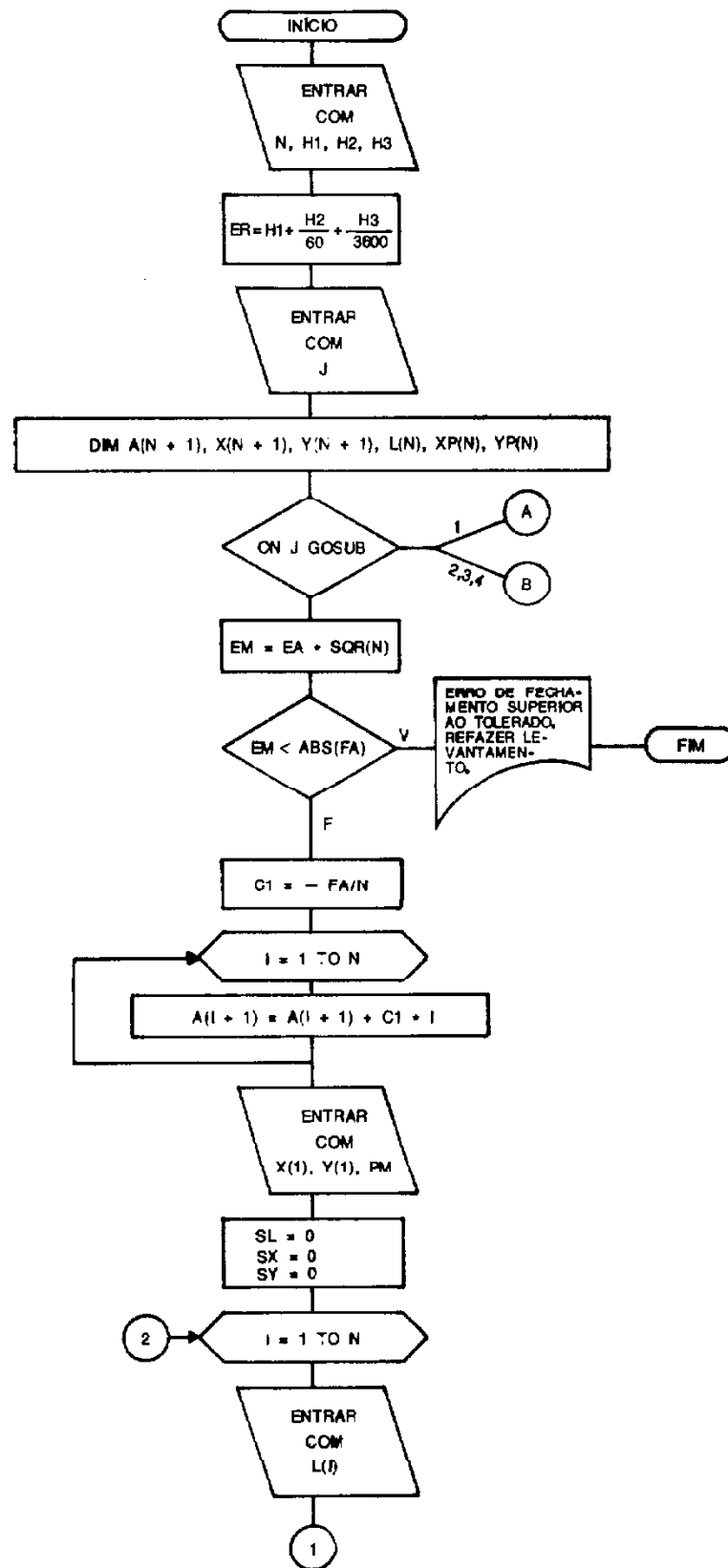
Coordenadas parciais

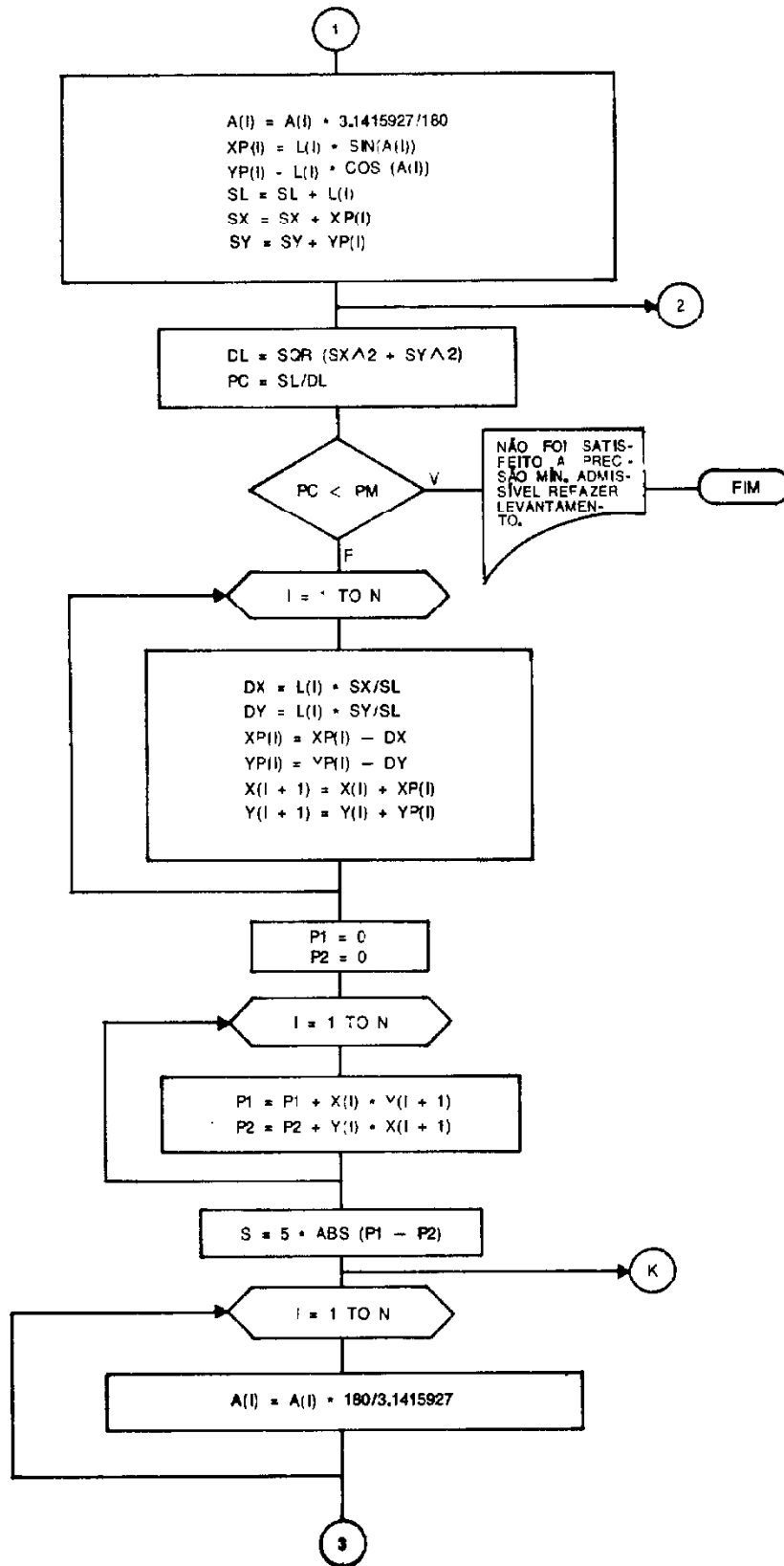
$x(I, L) = L(I, L) \cdot \sin A(I, L)$
 $y(I, L) = L(I, L) \cdot \cos A(I, L)$
 $y(I, L)$: projeção vertical do alinhamento I, L
 $x(I, L)$: projeção horizontal do alinhamento I, L
 $L(I, L)$: distância do vértice I ao ponto L

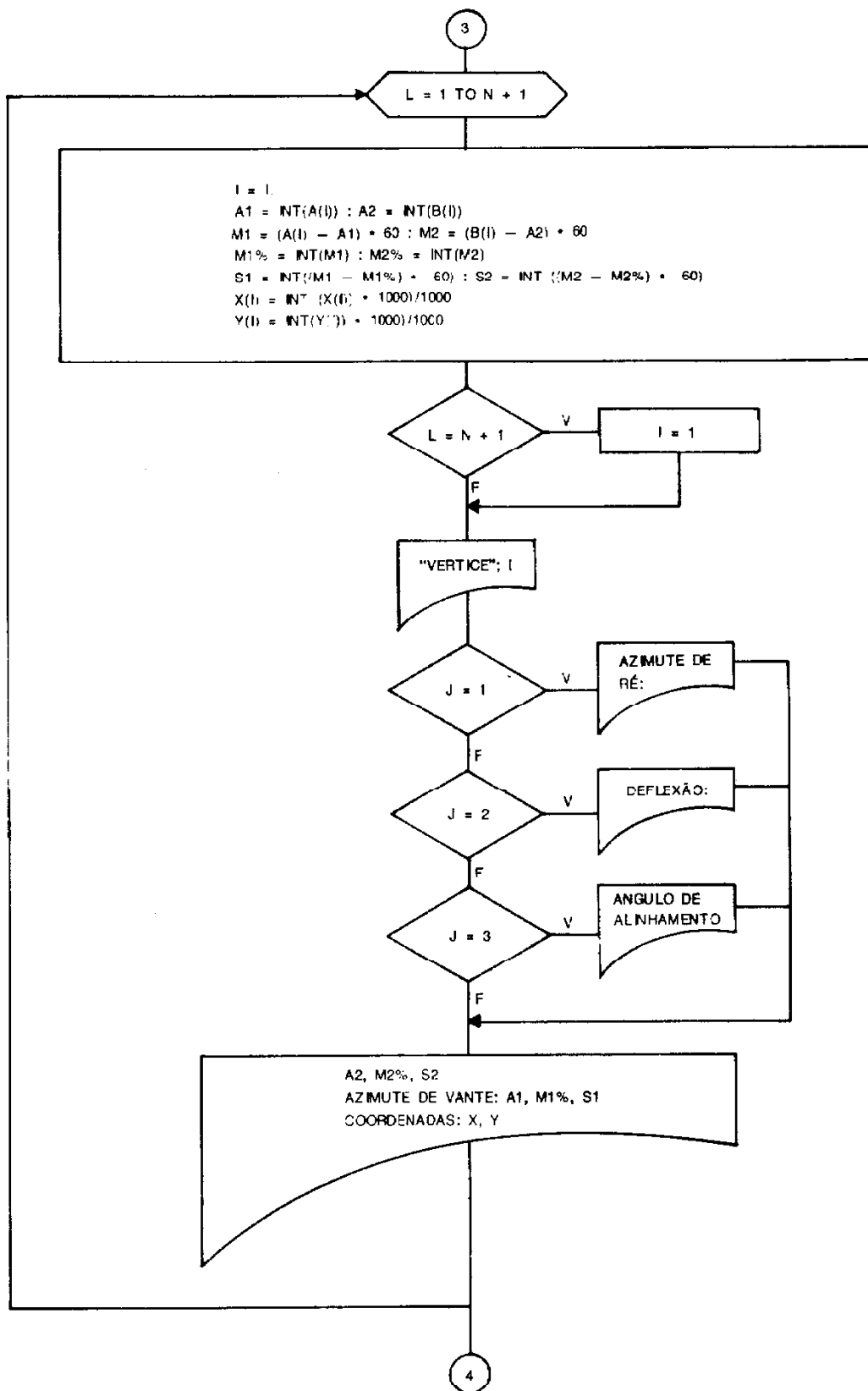
Coordenadas dos pontos dos detalhes

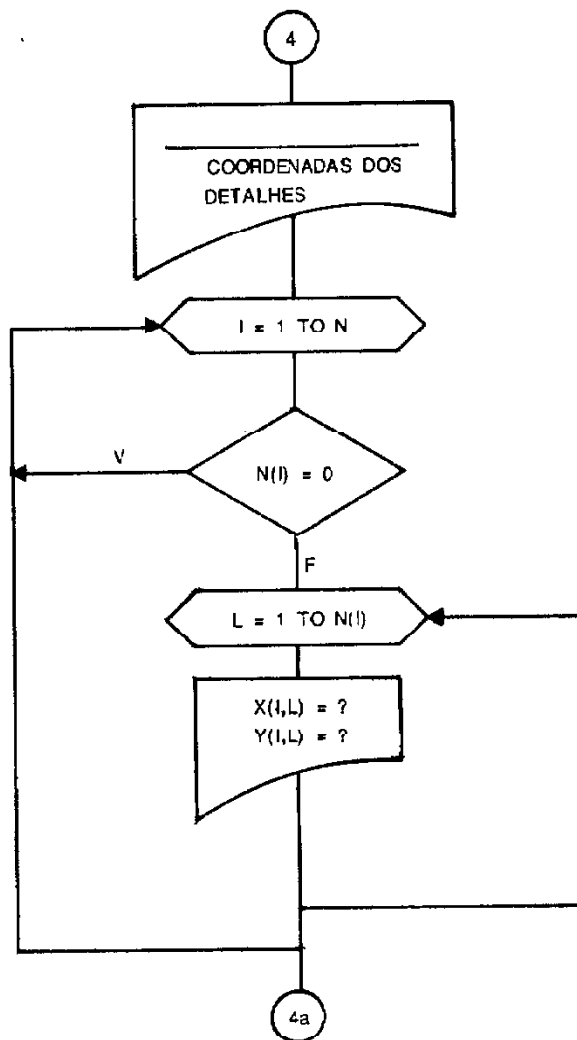
$X(I, L) = X(I) + x(I, L)$
 $Y(I, L) = Y(I) + y(I, L)$
 $X(I, L)$: abscissa do ponto L visado de I
 $Y(I, L)$: ordenada do ponto L visado de I

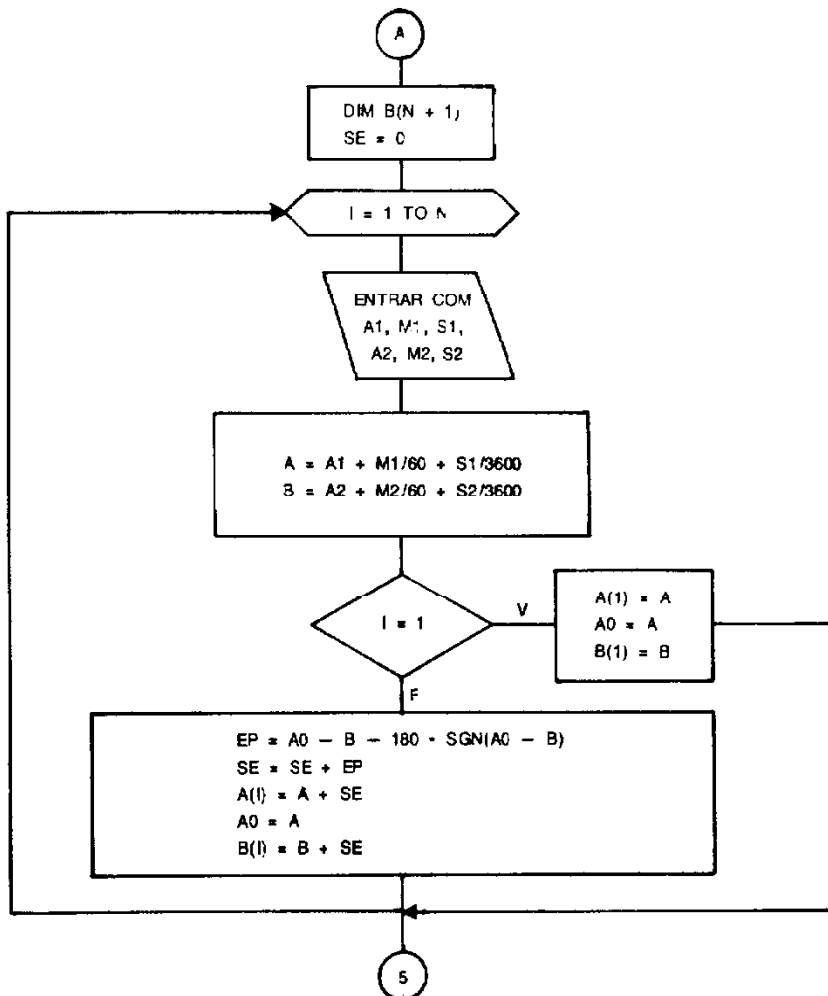
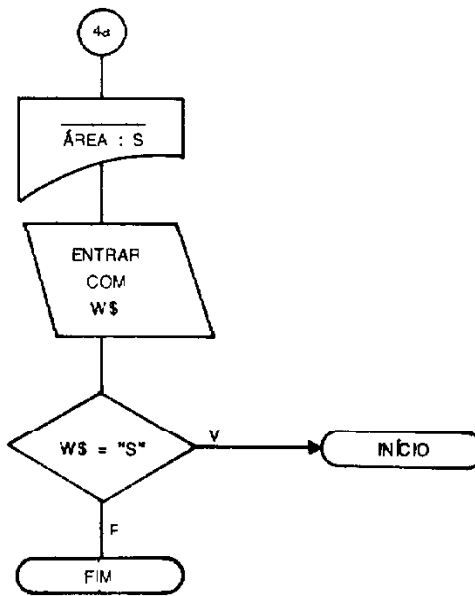
9. FLUXOGRAMA

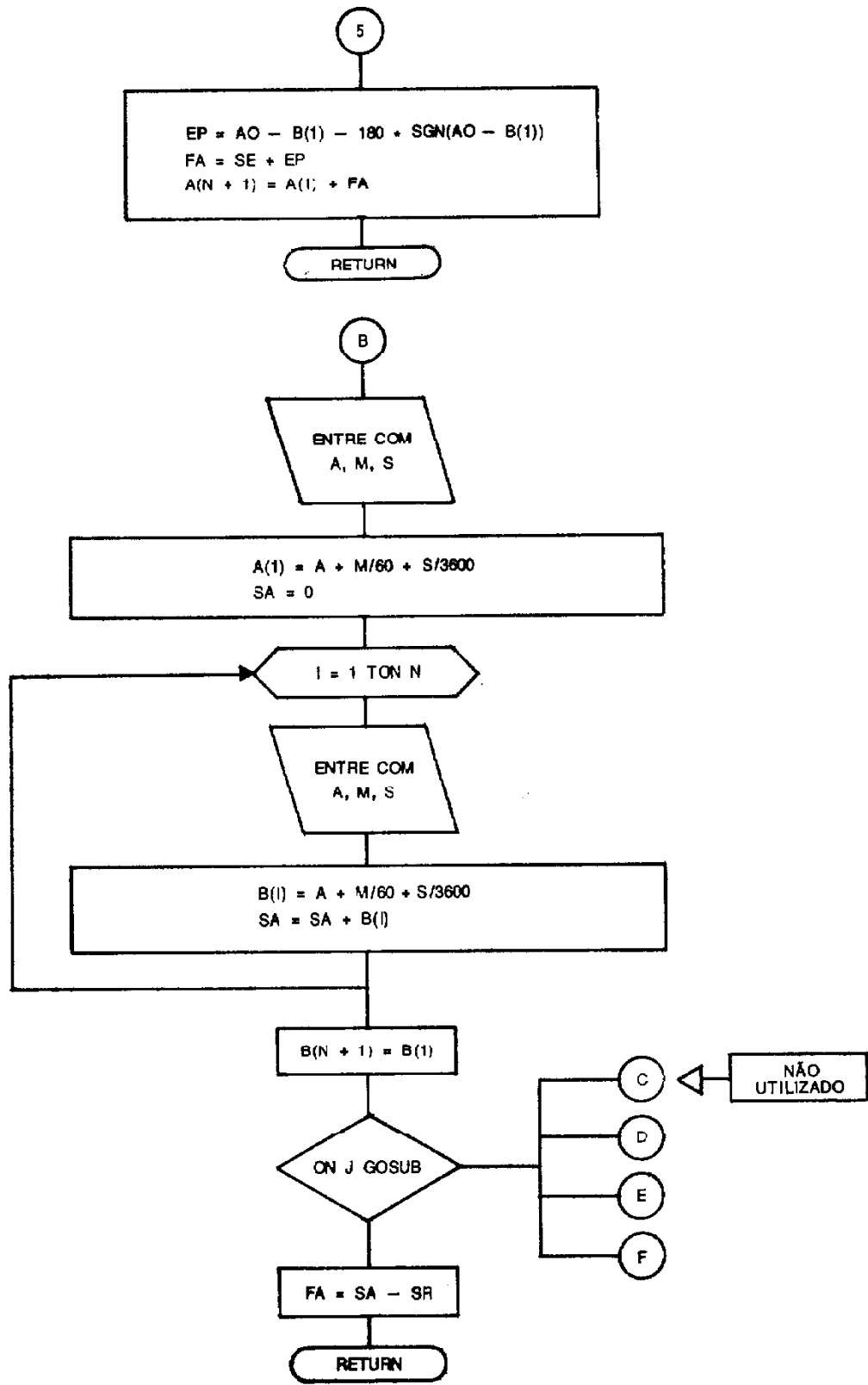


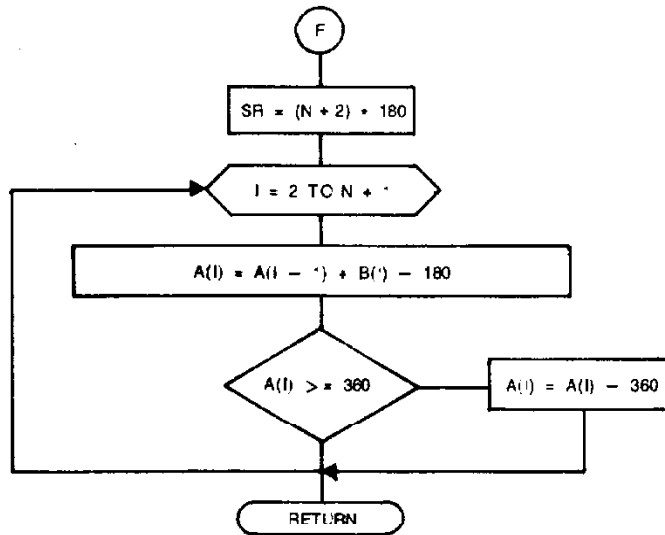
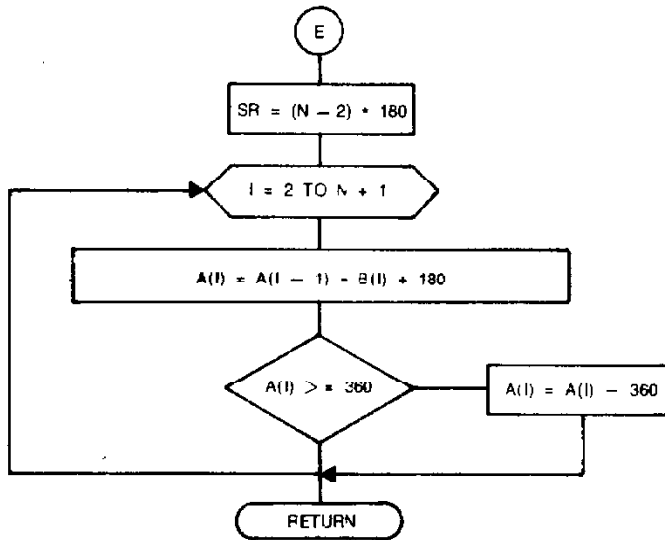
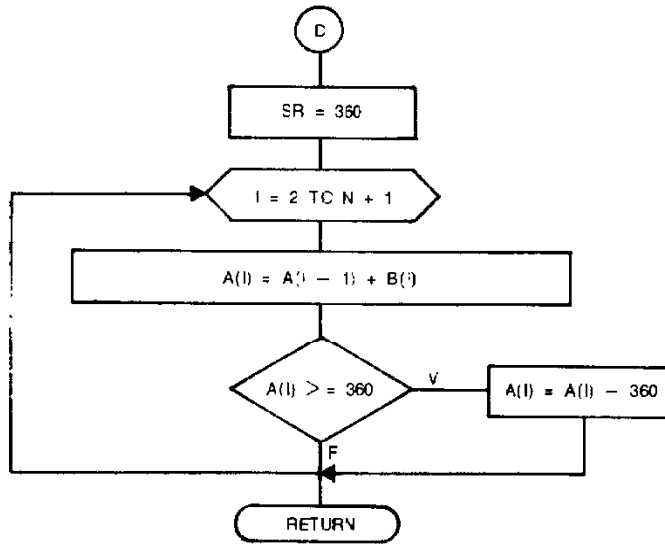


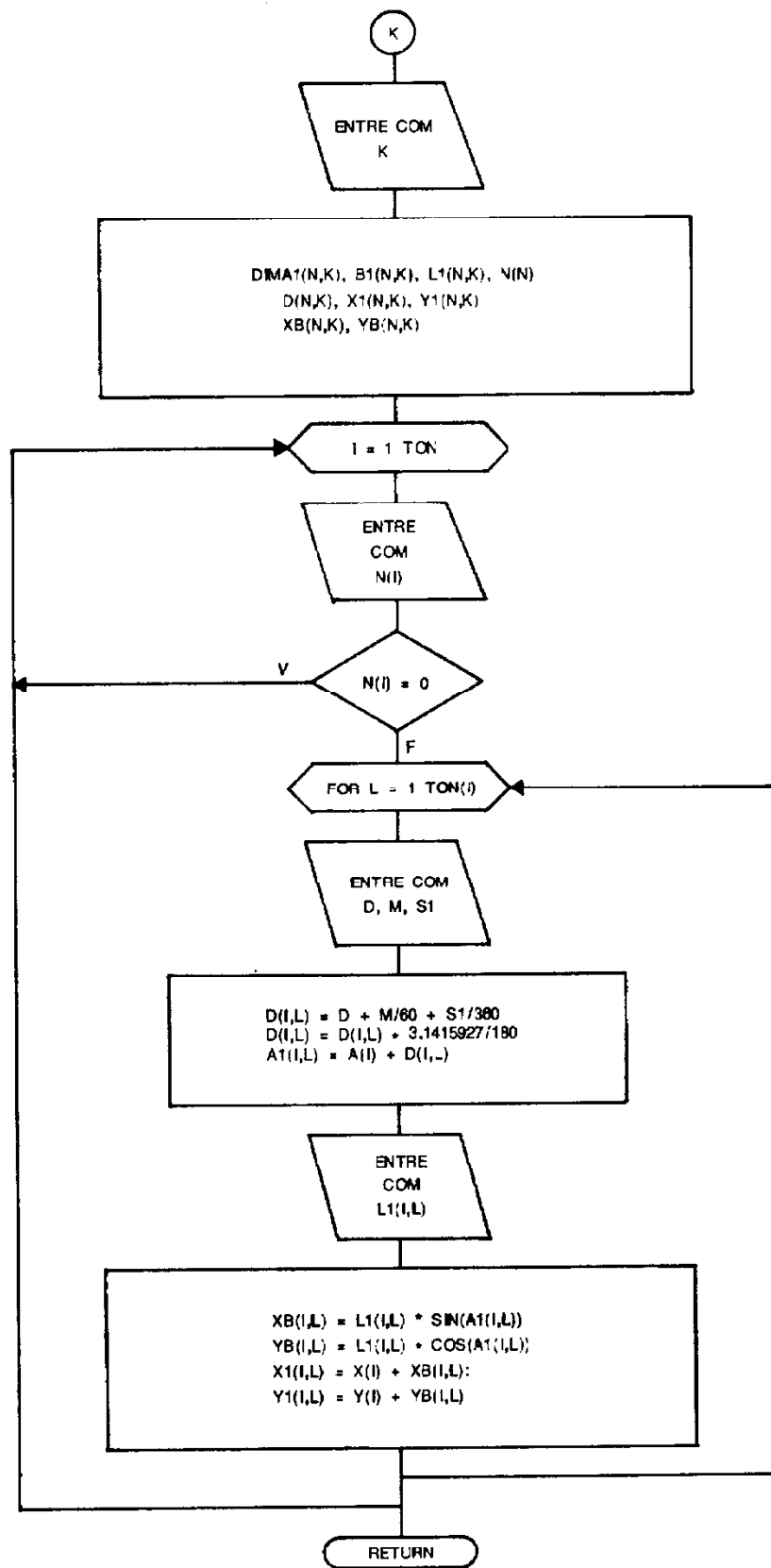












LISTAGEM DO PROGRAMA

```

100 / *****
200 / *   TOPOG.BAS           VERSAO 2.0           JAN/89   *
300 / *****
400 / *   AUTOR:             FERNANDO ANTONIO DE CERQUEIRA *
500 / *   COLABORACAO:    FERNANDO JOSE LIMA SARAIVA *
600 / *                   GILBERTO MENESES ROLIM *
700 / *                   ANTONIO JOSE OLSEN *
800 / *                   FRANCISCO CARVALHO DE CERQUEIRA *
900 / *****
1000 CLS
1100 PRINT " P R O G R A M A   D E   T O P O G R A F I A " : PRINT : PRINT
1200 PRINT "CALCULOS PLANIMETRICOS DE UMA POLIGONAL " : PRINT
1300 PRINT "          - * - * - * -          " : PRINT
1400 INPUT "ENTRE COM O NUMERO DE VERTICES:";N
1500 INPUT "ENTRE COM O ERRO ANGULAR ADMISSIVEL (G/M/S):";H1,H2,H3
1600 EA=H1+H2/60+H3/360
1700 PRINT :PRINT "ENTRE COM O METODO EMPREGADO ":"PRINT" (1) AZIMUTES":PRINT" (
2) DEFLEXOES":PRINT" (3) ANGULOS INTERNOS":PRINT" (4) ANGULOS EXTERNOS"
1800 PRINT : INPUT " NUMERO:";J: CLS
1900 DIM A(N+1),X(N+1),Y(N+1),L(N),XP(N),YP(N),B(N+1),N(N)
2000 ON J GOSUB 8300,9700,9700,9700
2100 EA=EA* SQR (N)
2200 IF EA <ABS (FA) THEN PRINT"ERRO DE FECHAMENTO SUPERIOR AO TOLERADO ## FIM D
E PROGRAMA #### REFAZER LEVANTAMENTO TOPOGRAFICO.": END
2300 C1= -FA/N: PRINT :PRINT :PRINT
2400 FOR I = 1 TO N
2500 A(I+1) = A(I+1) + C1* I
2600 NEXT I
2700 INPUT "ENTRE COM AS COORDENADAS DO PRIMEIRO VERTICE (X1,Y1), RESPECTIVAMENT
E,EM METROS:";X(1),Y(1)
2800 INPUT "ENTRE COM A PRECISAO LINEAR MINIMA ADMISSIVEL EM METROS:1/" ;PM
2900 SL = 0: SX=0: SY=0: CLS
3000 FOR I=1 TO N
3100 PRINT "ENTRE COM O COMPRIMENTO DO LADO DE VANTE DO VERTICE ";I;" EM METROS
":INPUT "":L(I)
3200 A(I)=A(I)* 3.1415927#/180
3300 XP(I)=L(I)*SIN(A(I)):YP(I)=L(I)*COS(A(I)):SL=SL+L(I):SX=SX+XP(I):SY=SY+YP(I
)
3400 NEXT I
3500 DL=SQR (SX^2+SY^2)
3600 PC=SL / DL
3700 IF PC < PM THEN PRINT "NAO FOI SATISFEITO A PRECISAO MINIMA ADMISSIVEL
### FIM DO PROGRAMA ### REFAZER O LEVANTAM
ENTO TOPOGRAFICO.":END
3800 FOR I =1 TO N
3900 DX = L(I)*SX/SL: DY = L(I)*SY/SL
4000 XP(I) = XP(I)-DX: YP(I) = YP(I)-DY: X(I+1) = X(I) + XP(I): Y(I+1)= Y(I)+YP(
I)
4100 NEXT I
4200 P1 = 0:P2=0
4300 FOR I=1 TO N
4400 P1=P1 +X(I)*Y(I+1) : P2=P2 +Y(I)*X(I+1)
4500 NEXT I
4600 S=.5* ABS (P1-P2)
4700 GOSUB 12400
4800 CLS: ' * IMPRESSOES-RESULTADOS *
4900 INPUT "LIGUE A IMPRESSORA E TECLE (ENTER)";FC$

```

```

5000 LPRINT "CALCULOS PLANIMETRICOS DE UMA POLIGONAL"
5100 LPRINT"....."
5200 LPRINT
5300 FOR I=1 TO N: A(I)=A(I)*180/3.1415927#: NEXT I
5400 FOR L=1 TO N+1
5500 I=L
5600 A1=INT (A(I)):M1 =(A(I)-A1)* 60:M1% = INT (M1):S1=INT((M1-M1%)*60)
5700 A2= INT (B(I)):M2=(B(I)-A2)*60:M2%=INT(M2):S2 =INT((M2-M2%)*60)
5800 X(I)=INT (X(I)*1000)/1000:Y(I) = INT(Y(I)*1000)/1000
5900 IF L =N+1 THEN I=1
6000 LPRINT "...VERTICES..."I:"...": LPRINT
6100 IF J =1 THEN A#= "AZIMUTES DE RE - "
6200 IF J =2 THEN A#= "DEFLEXAO = "
6300 IF J=3 THEN A#= "ANGULO INTERNO = ": GOTO 6500
6400 IF J=4 THEN A#= "ANGULO EXTERNO = "
6500 LPRINT A#:A2:"G":M2%:"M":S2:"S"
6600 LPRINT "AZIMUTE DE VANTE ="#:A1:"G":M1%:"M":S1:"S"
6700 LPRINT "COORDENADA X = #:X(I)
6800 LPRINT"COORDENADA Y = #:Y(I)
6900 LPRINT
7000 NEXT L
7100 LPRINT
7200 LPRINT "COORDENADAS DOS DETALHES"
7300 FOR I = 1 TO N: IF N(I) =0 THEN 7800
7400 FOR L = 1 TO N(I)
7500 LPRINT "X("I":": "L:") = #:X(I,L)
7600 LPRINT "Y("I":": "L:") = #:Y(I,L)
7700 NEXT L
7800 NEXT I
7900 LPRINT
8000 LPRINT "AREA="#:S:"M2"
8100 CLS: INPUT "NOVO CALCULO (S/?) :":W#:IF W# ="S" THEN RUN
8200 CLS : END
8300 REM SUBROTINA 1-AZIMUTES
8400 SE =0
8500 FOR I=1 TO N
8600 CLS
8700 PRINT "VERTICE : "I:PRINT
8800 INPUT "AZIMUTE DE VANTE (G/M/S) :":A1,M1,S1
8900 INPUT "AZIMUTE DE RE (G/M/S) :":A2,M2,S2
9000 INPUT "OK (?/N):":A#:IF A#="N" THEN 8600
9100 A=A1+M1/60+S1/3600: B=A2+M2/60+S2/3600
9200 IF I=1 THEN A(1)=A:A0 =A:B(1)=B: GOTO 9400
9300 EP =A0-B-180*SGN (A0-B): SE=SE+EP: A(I)=A+SE: A0=A: B(I)=B+SE
9400 NEXT I
9500 EP=A0-B(1)-180*SGN(A0-B(1)):FA =SE+EP:A(N+1)=A(1)+FA
9600 RETURN
9700 REM SUBROTINAS2,3,4
9800 INPUT"ENTRE COM O AZIMUTE DO VERTICE 1 (G/M/S):":A,M,S:A(1)=A+M/60+S/3600
9900 SA=0
10000 CLS
10100 FOR I =1 TO N
10200 PRINT "ENTRE COM O ANGULO DO VERTICE "I: INPUT "(G/M/S) :":A,M,S:B(I)=A+M/60+S/3600
10300 SA =SA+B(I)
10400 NEXT I
10500 B(N+1)=B(1)

```

```

10600 ON J GOSUB 100,10900,11400,11900
10700 FA=SA-SR
10800 RETURN
10900 REM SUBROTINA 2 - DEFLEXOES
11000 SR =360
11100 FOR I=2 TO N +1: A(I)=A(I-1)+B(I)
11200 IF A(I)>=360 THEN A(I)=A(I)-360
11300 NEXT I:RETURN
11400 REM SUBROTINA 3-ANGULOS INTERNOS
11500 SR=(N-2)*180
11600 FOR I=2 TO N +1:A(I)=A(I-1)-B(I)+180
11700 IF A(I)>= 360 THEN A(I)=A(I)-360
11800 NEXT I:RETURN
11900 REM SUBROTINA 4-ANGULO EXTERNO
12000 SR=(N+2)*180
12100 FOR I=2 TO N +1: A(I)=A(I-1)+B(I)-180
12200 IF A(I)>=360 THEN A(I)=A(I)-360
12300 NEXT I:RETURN
12400 REM SUBROTINA DOS DETALHES
12500 CLS
12600 INPUT "ENTRE COM O NUMERO MAXIMO DE PONTOS DE DETALHES POR VERTICE:";K:CLS
12700 IF K=0 THEN 14100
12800 DIM A1(N,K),B1(N,K),L1(N,K),D(N,K),X1(N,K),Y1(N,K),XB(N,K),YB(N,K)
12900 FOR I = 1 TO N
13000 PRINT "ENTRE COM O NUMERO DE PONTOS DE DETALHES DO VERTICE";I: INPUT";N
(I): PRINT
13100 IF N(I) =0 THEN 14000
13200 FOR L=1 TO N(I)
13300 PRINT "ENTRE COM O ANGULO VISADO DO VERTICE";I;" PARA O DETALHE ";L;"(G/M
/S):"
13400 INPUT " ";D,M,S1: D(I,L)=D+M/60+S1/360
13500 D(I,L)=D(I,L)*3.1415927#/180: A1(I,L)=A(I)+D(I,L)
13600 PRINT "ENTRE COM A DISTANCIA DO VERTICE";I;" PARA O DETALHE ";L: INPUT
";L1(I,L)
13700 XB(I,L)=L1(I,L)*SIN (A1(I,L)): YB(I,L)=L1(I,L)*COS(A1(I,L))
13800 X1(I,L)=X(I)+XB(I,L): Y1(I,L)=Y(I)+YB(I,L)
13900 NEXT L: PRINT
14000 NEXT I
14100 RETURN

```


AGRADECIMENTO

O autor agradece a colaboração dos Engenheiros:
Fernando José Lima Saraiva
Gilberto Meneses Rolim
Antônio José Olsen
Francisco Carvalho de Cerqueira

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BORGES, Alberto de Campos - **Topografia**. São Paulo, Editora Edgard Blucher Ltda., 1977.

ESPARTEL, Leis O **Curso de Topografia**. Porto Alegre, Editora Globo, 1977.

DOMINGUES, Felipe A. Aranha - **Topografia e Astronomia de Posição Para Engenheiros e Arquitetos**. São Paulo, Editora McGraw - Hill do Brasil, 1979.

SIKONOWIZ, Walter - **IBM PC e Seus Compatíveis, tradução de Newton Braga**. São Paulo, Editora McGraw - Hill do Brasil, 1986.

GW - BASIC USER'S GUIDE - Copyright Microsoft Corporation, 1986.

GW - BASIC USER'S REFERENCE - Copyright Microsoft Corporation, 1986.