UM ESTUDO SOBRE AS PERDAS EM BARRAS DE FERRO ATRAVÉS DA PROGRAMAÇÃO LINEAR: UM SISTEMA COMPUTACIONAL

* Plácido Rogério Pinheiro

** Humberto Jansen de Queiroz Aires

O principal objetivo deste trabalho é mostrar de maneira didática, como otimizar as perdas em cortes de barras de ferro utilizando modelos de otimização linear. Mostraremos ainda um eficiente algoritmo sobre a geração e otimização de perdas de cortes, bem como um estudo aplicado a construção civil, onde realizaremos uma análise comparativa.

Abstract

The principal objective of this work is to show didacticly how to optimize the loss in cuts of bar of iron, based in using models of linear optimization. We not only show an efficient algorithm for generating and optimizating the cut of plans, but we also present a case study applied to the civil engineering, where we perform a comparative analisys.

1. INTRODUÇÃO

Nos dias atuais, são freqüentes os problemas relacionados com as perdas causadas por falta de planos otimizados em cortes de papel, indústria têxtil, vidro, celofone, barras de aço, chapas de madeira, esquadrias de alumínio, etc., adotando-se muitas vezes, estimativas bastante elevadas quanto ao percentual destas perdas.

Este problema é conhecido como "CUTTING STOCK" cujo tratamento não é dos mais simples no contexto da otimização, devido principalmente sua complexidade quanto a geração de planos viáveis de corte e as restrições inteiras, conforme podemos observar em GILMORE e GOMORY 1 ; 2 , MARIA HELENA e MACULAN 3 .

Em termos gerais, pretende-se determinar o número de unidades a cortar com determinadas dimensões, de modo a minimizar os desperdicios envolvidos, face as dimensões da produção.

Comercialmente, na construção civil podemos citar 4 , que apresentou um algoritmo de geração de planos viáveis utilizando técnicas tipo "branch-and-bound".

2. UM SISTEMA COMPUTACIONAL

Consideremos o comprimento L a ser cortado e, sejam $l_1, l_2, \ldots, l_m$ os comprimentos desejados de corte, sendo $q_1, q_2, \ldots, q_m$ suas respectivas quantidades.

A solução de um "CUTTING STOCK PROBLEM" pode ser partilhada segundo nosso sistema em 3 etapas:

a) Geração dos planos de viáveis de corte.

* *Mestre em matemática pela UFC e Prof. do Departamento de matemática da UECE e da UNIFOR.*

** *Aluno do Curso de INFORMÁTICA da UNIFOR e do curso de ECONOMIA da UFC.*

b) **Obtenção dos planos de perda mínima.**

c) Emissão dos resultados.

Na primeira etapa, os planos viáveis de corte são gerados segundo o algoritmo descrito a seguir.

Definiremos um plano viável de corte K_j como sendo aquele cuja perda associada é menor do que o tamanho da menor barra l_i a ser cortada, isto é:

$K_j = (x_{1j}, x_{2j}, \ldots, x_{mj})$ é viável se e somente se:

$$0 <= P_j = L - (x_{1j}\, l_1 + x_{2j}\, l_2 + \ldots + x_{mj}\, l_m)$$

$<= \min_i (li)$, onde os x_{ij} definidos segundo o algoritmo descrito a seguir e os P_j são as perdas.

Apresentaremos a seguir um algoritmo combinatório para gerar planos viáveis de corte, objetivando somente a escolha dos planos K_j cuja perda seja menor do que um certo percentual do comprimento L.

ETAPAS DO ALGORITMO

1. Entrada de dados:
$L, l_1, l_2, \ldots, l_m$ e $q_1, q_2, \ldots, q_m$ todos positivos.

2. Ordenar l_i em ordem decrescente:

$$l_1 >= l_2 >= \ldots >= l_m.$$

3. Para $i = 1, \ldots, m$ e $j, r = 1, \ldots, n$, construir os cortes
$K_j = (x_{1j}, x_{2j}, \ldots, x_{mj})$ a partir $x_{ij} = INT(L - W/\max(l_i))$, onde

$$W = \sum_{i=1}^{m-1} xij\, l_i$$ e ainda cortes $K_{j+r} = (x_{1j+r}, x_{2j+r}, \ldots, x_{mj+r})$ tais que $x_{1j+r} = x_{1j} - 1$; para $i >= 2$, $x_{ij+r} = INT(L - W/\max(li))$ e continue o processo até que resto $(L - W/\max(l_i)) < \min(l_i)$.

4. Efetuar e armazenar os cortes viáveis repetindo o passo 3. O número máximo de cortes viáveis podem ser gerados conforme a figura 1.

5. Escolher somente os planos viáveis cuja perda $P_j <= \delta$, onde δ é um percentual de perda do comprimento L e PARE.

No passo 5 são considerados apenas os planos de corte viáveis, reduzindo-se consideravelmente o esforço computacional.

L = 100	$l_1 = 45$;	$l_2 = 36$;	$l_3 = 31$;	$l_4 = 14$;	PERDA
	2	0	0	0	10
	1	1	0	1	5
	1	0	1	1	10
	1	0	0	3	13
	0	2	0	2	0
	0	1	2	0	2
	0	1	1	2	5
	0	1	0	4	8
	0	0	3	0	7
	0	0	2	2	10
	0	0	1	4	13
	0	0	0	7	2

Figura 1

Na segunda etapa, procederemos a otimização dos planos de corte, tendo como entrada o arquivo do módulo anterior. Existem softwares poderosos tais como LINDO, LP83 [5] que possibilitam processar um modelo com 4000 planos e 2000 tipos de barras, fornecendo uma solução ótima e estabelecendo os planos de perda mínima. Para isto, consideremos o seguinte modelo de otimização para o problema da perda mínima em cortes.

$$\text{(MIN) imizar } z = \sum_{j=1}^{n} K_j$$

$$\text{sujeito a: } \sum_{j=1}^{n} x_{ij} K_j = q_i, \; i = 1, \ldots, m$$

Onde K_j e x_{ij} foram definidos anteriormente e os q_i, representam as quantidades de barras do tipo i.

O sistema está implantado em linguagem pascal versão 5.5, para uso em microcomputadores com configuração compatível com IBMPC XT ou AT, com sistema operacional baseado no DOS 3.0 ou mais atual, memória mínima de 512Kb, duas unidades de disco flexível ou uma unidade de disco rígido (recomendável), co-processador matemático e impressora.

3. UMA APLICAÇÃO DA CONSTRUÇÃO CIVIL

Consideremos como aplicação um dos pavimentos do edifício TRITON. Sabemos que o tamanho da barra de ferro é de 11.5m com bitola de 5mm, suas quantidades de ferro bem como o comprimento dos respectivos pedaços para o referido pavimento são:

QUANTIDADE	COMPRIMENTO
65	3.80m
17	4.75m
22	6.35m
46	3.22m
66	4.60m
46	3.07m
27	2.45m
10	4.87m
32	4.20m
48	4.25m
90	3.25m

Apresentaremos a seguir um relatório final considerando uma perda máxima por barra de 30 cm.

** Relatório Final**

10 Barras
* 1 Pedaços — 4.87m
* 2 Pedaços — 3.22m
Perda Absoluta 1.90m

17 Barras
* 1 Pedaços — 4.75m
* 1 Pedaços — 3.25m
* 1 Pedaços — 3.22m
Perda Absoluta 4.76m

27 Barras
* 1 Pedaços — 4.60m
* 1 Pedaços — 4.25m
* 1 Pedaços — 2.45m
Perda Absoluta 5.40m

---

34 Barras
* 1 Pedaços — 4.60m
* 1 Pedaços — 3.80m
* 1 Pedaços — 3.07
Perda Absoluta 1.02m

---

12 Barras
* 1 Pedaços — 4.25m
* 1 Pedaços — 3.80m
* 1 Pedaços — 3.25m
Perda Absoluta 2.40m

---

9 Barras
* 1 Pedaços — 4.25m
* 1 Pedaços — 3.80m
* 1 Pedaços — 3.22m
Perda Absoluta 2.07m

---

11 Barras
* 2 Pedaços — 4.20m
* 1 Pedaços — 3.07m
Perda Absoluta 0.33m

---

9 Barras
* 1 Pedaços — 4.20m
* 1 Pedaços — 3.80m
* 1 Pedaços — 3.25m
Perda Absoluta 2.25m

RESULTADOS TOTAIS

Comprimento Pedaço	Quantidade Cortada
6.35	0
4.87	10
4.75	17
4.60	61
4.25	48
4.20	31
3.80	64
3.25	38
3.22	46
3.07	45
2.45	27

Barras 1483,50m
Pedaços 1463,37m
Perda Abs 20.13m
Perda % 1.36

4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

(1) GILMORE, P. C. e GOMORY, R. E A linear programming approach to the cutting stock problem, *Operational Research 9, 849 — 859 (1961).*

(2) ——A Linear Programming Aproach to The Cutting Stock Problem — Part II, *Operational Research 11*. 859 — 863, 1961.

(3) MARIA HELENA e MACULAN, F *Problemas de otimização relacionados a cortes de bobina de papel,* XVI Colóquio Brasileiro de Matemática, Rio de Janeiro, 1987.

(4) MOTA, R. R; THOMAZ, A. C e SOUZA, R. C *Otimização das perdas em cortes de barras para estruturas de concreto armado: um sistema computacional,* anais do XXII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Fortaleza, 1989.

(5) WRIGHT, J. R *A review of sunset software's* lp 83, or/ms today 11 (2) 18 — 19 (1984).