ARMADURA SIMÉTRICA EM PILARES

*Gulielmo Viana Dantas

Em continuação aos artigos publicados nos dois números anteriores, mostra-se no presente trabalho uma formulação para se calcular armadura simétrica em duas bordas ou em todo o perímetro para pilares sujeitos à flexão composta normal.

1 – ARMADURA SIMÉTRICA EM DUAS BORDAS OU EM TODO O PERÍMETRO

A armadura disposta em uma ou duas bordas, inferior e superior, é típica de lajes e vigas. Nos pilares é usual a disposição das barras em todo o perímetro da seção, o que oferece maior segurança no caso de desvios da hipótese imaginada.

A disposição uniforme de barras com diâmetro único, oferecendo simetria simples ou dupla, é a melhor opção para pilares porque evita o perigo de inversão na execução da armadura, além de oferecer melhor resistência no caso de variação do ponto de aplicação da carga.

Os inconvenientes da armadura simétrica residem no fato de que tal armadura é, em geral anti-econômica e o seu dimensionamento ser relativamente complexo.

INTRODUÇÃO

Supõe-se a seção de concreto dada e escolhe-se o arranjo das armaduras (número e posição das barras). O dimensionamento consistirá na determinação da bitola única necessária.

* *Eng. Civil, M. Sc., prof. da UNIFOR*

Para maior flexibilidade, permite-se alterar o número de barras ou camadas inicialmente previsto desde que se mantenha a relação de áreas das armaduras horizontal e lateral, como mostrado abaixo.

OBS.: O ideal, entretanto, é respeitar o número de barras e a sua posição, fixados de início, ou recalcular para uma nova disposição.

OBS.: 1) O número de barras e a sua disposição na seção são considerados conhecidos.
2) As camadas são numeradas a partir da camada mais alongada ou menos encurtada.

NOTAÇÕES

di = Distância do centro da camada i à borda mais encurtada pelo efeito exclusivo do momento.
ni = Número de barras da camada i.
m = Número de camadas.

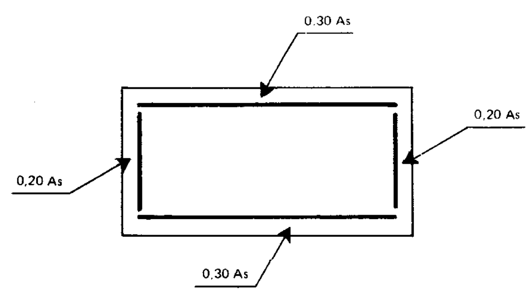

Figura 1

SEÇÃO GENÉRICA

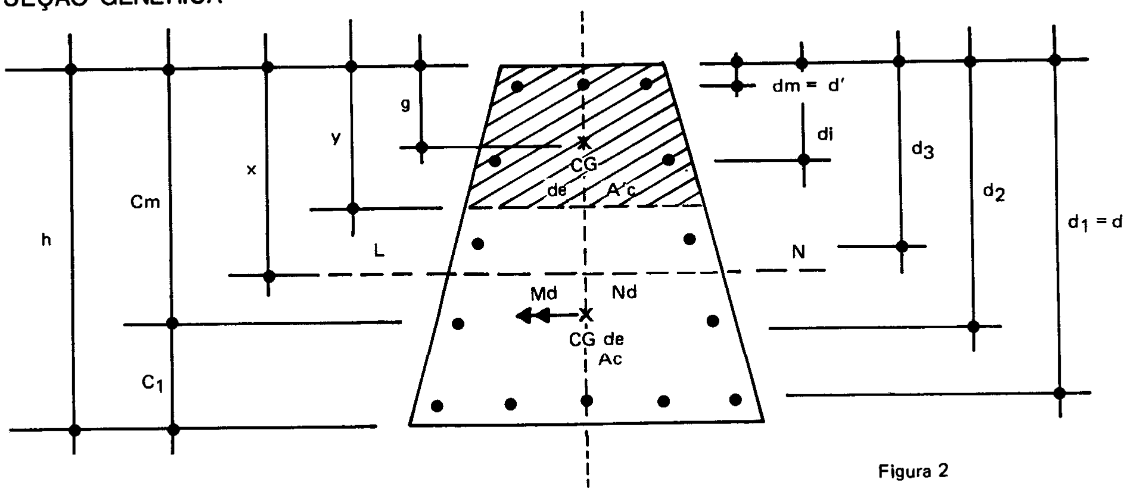

Figura 2

n = Número total de barras.
Asi = Soma das áreas das barras da camada i.
ϵsid = Deformação das barras da camada i.
σ sid = Tensão de cálculo nas barras da camada i.
c_1 = Distância do centro de gravidade da seção de concreto à borda mais próxima da camada 1.
cm = Distância do centro de gravidade da seção de concreto à borda mais próxima da camada m.
As = Área total de aço na seção.

COEFICIENTES ADIMENSIONAIS

$$\beta i = \frac{\sigma sid}{\sigma cd}$$

$$\alpha i = \frac{di}{h}$$

$$\rho i = \frac{Asi}{Ac} \quad ; \quad \rho = \frac{As}{Ac}$$

$$\alpha c_1 = \frac{C_1}{h} \quad ; \quad \alpha cm = \frac{cm}{h}$$

Como todas as barras são supostas de mesma bitola, tem-se:

$$Asi = ni \frac{As}{n}$$

$$\frac{Asi}{Ac} = \frac{ni}{n}\frac{As}{Ac}$$

$$\rho i = \frac{ni}{n} \cdot \rho \qquad (1)$$

OBS.: 1) Os coeficientes já definidos, anteriormente, serão mantidos.
2) A convenção de sinais é a mesma já definida.

FÓRMULAS GERAIS

Temos:

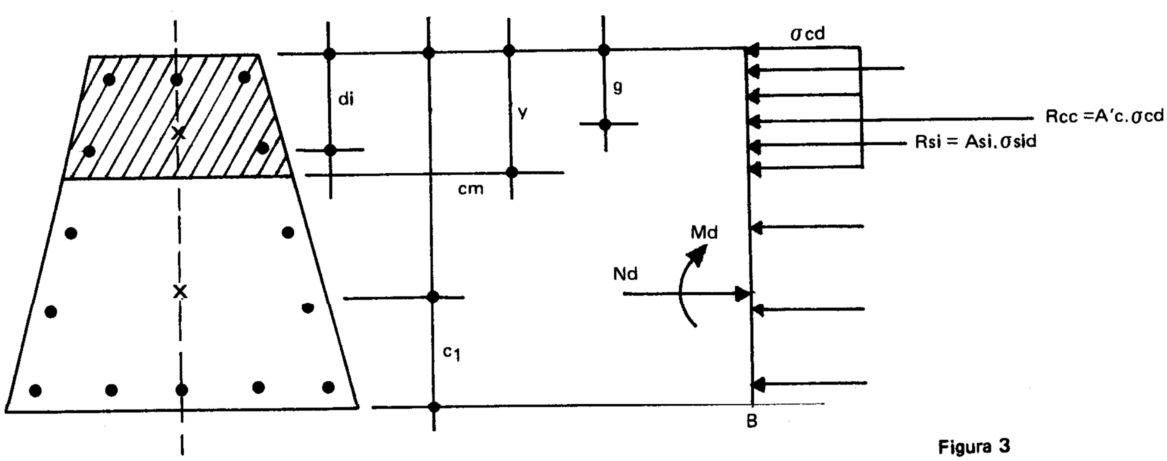

Figura 3

EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

$$\Sigma F = 0 \Longrightarrow Nd \triangleq A'c.\sigma cd + \sum_{i=1}^{m} Asi.\sigma sid$$

ou

$$\nu = \Psi + \frac{\rho}{n} \sum_{i=1}^{m} ni.\beta i \qquad (2)$$

$$\Sigma M_A = 0 \Longrightarrow Nd.cm - Md = A'c.\sigma cd.g + \sum_{i=1}^{m} Asi.\sigma sid.di \quad \text{ou}$$

$$\nu.\alpha cm - \mu = \overline{\Psi} + \frac{\rho}{n} \sum_{i=1}^{m} ni.\beta i.\alpha i \qquad (3)$$

OBS.: 1) As equações (2) e (3) são fórmulas generalizadas.

2) As incógnitas do problema são ρ e a posição da linha neutra. O dimensionamento consistirá da determinação da bitola necessária.

De (2), vem:

$$\rho = \frac{n\,(\nu - \Psi)}{\sum_{i=1}^{m} ni.\beta i} \qquad (4)$$

ou

$$\rho = \frac{n\,(\nu - \Psi)\,\sigma cd}{\sum_{i=1}^{m} ni.\sigma sid} \qquad (4')$$

fazendo-se

$$A = \sum_{i=1}^{m} ni.\sigma sid \neq 0 \qquad (5)$$

resulta:

$$\rho = \frac{n\,(\nu - \Psi)}{A}\,\sigma cd \qquad (6)$$

Levando (4) em (3), vem

$$\nu.\alpha cm - \mu = \overline{\Psi} + (\nu - \Psi)\,\frac{\sum_{i=1}^{m} ni.\beta i\alpha i}{\sum_{i=1}^{m} ni.\beta i} =$$

$$= \overline{\Psi} + (\nu - \Psi)\,\frac{\sum_{i=1}^{m} ni.\sigma sid.\alpha i}{\sum_{i=1}^{m} ni.\sigma sid}$$

fazendo-se

$$k = \frac{\sum_{i=1}^{m} ni.\sigma sid.\alpha i}{\sum_{i=1}^{m} ni.\sigma sid} = \frac{B}{A} \qquad (7)$$

com

$$B = \sum_{i=1}^{m} ni.\sigma sid\alpha i \qquad (8)$$

resulta:

$$\nu.\alpha cm - \mu = \overline{\Psi} + (\nu - \Psi)k \qquad (9)$$

$$\nu.\alpha cm - \mu = \overline{\Psi} + \nu.\,k - \Psi.\,k$$

$$\mu = (\alpha cm - k)\nu + k\Psi - \overline{\Psi}$$

$$\mu = (\alpha cm - k)\nu + \Omega \qquad (10)$$

com

$$\Omega = k\Psi - \overline{\Psi} \qquad (11)$$

OBS: 1) A linha neutra é determinada por (9) e a taxa armadura ρ por (4).

2) Cálculo por tentativas: Fixa-se um valor para αx. Verifica-se os valores resultantes de K, Ψ e $\overline{\Psi}$ satisfazem a equação de equilíbrio (9),; caso contrário, repete-se a tentativa para outro α x. Satisfeita a equação (9), o valor de ρ será dado por (4) com os valores de Ψ e σ sid correspondentes ao α x correto.

3) Solução alternativa do problema quando A = 0 em (5):

De (2) e (5), vem:

$$\nu = \Psi + \frac{\rho A}{n.\sigma cd} \quad ; A = 0 \qquad (12)$$

$$\nu = \Psi \qquad (13)$$

De (3) e (8), vem:

$$\nu.\alpha cm - \mu = \overline{\Psi} + \frac{\rho B}{n.\sigma cd} \qquad (14)$$

$$\frac{\rho.B}{n.\sigma cd} = \nu.\alpha cm - \mu - \overline{\Psi} \qquad (15)$$

fazendo-se:

$$c = \nu.\alpha cm - \mu - \overline{\Psi} \qquad (16)$$

resulta:

$$\frac{\rho . B}{n . \sigma cd} = c$$

$$\rho = \frac{n.c.\sigma cd}{B}$$

As equações (13) e (17) determinam a posição da linha neutra e a taxa de armadura ρ, respectivamente.

ZONAS DE SOLICITAÇÃO

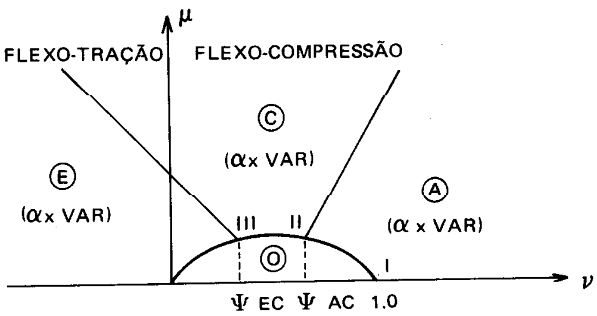

Figura 4

ZONA Ⓐ = Todas as barras são comprimidas

ZONA Ⓒ = Parte das barras é tracionada, parte é comprimida

ZONA Ⓔ = Todas as barras são tracionadas

ZONA Ⓞ = Nenhuma barra é necessária teoricamente

LIMITES ENTRE AS ZONAS

1) Limite Ac

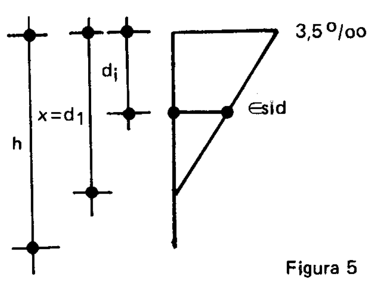

Figura 5

$$xAC = d_1$$

Temos: $$\alpha x,AC = \frac{x}{h} = \frac{d_1}{h} = \alpha 1 \qquad (18)$$

$$\epsilon sid, AC = 3{,}5 \; \frac{\alpha 1 - \alpha i}{\alpha 1} \; º/oo \qquad (19)$$

Determinada a deformação em qualquer camada i, fica-se conhecendo a tensão σ sid na mesma, e assim torna-se possível calcular k e Ω, ou seja esquematicamente:

$$\alpha x, AC \rightarrow \epsilon sid, AC \rightarrow \sigma sid, AC \rightarrow kAC \rightarrow \Omega AC$$

Portanto, de (10):

$$\therefore \; \mu AC = (\alpha \, c_m - kAC)\nu + \Omega AC \qquad (20)$$

Reta limite entre as zonas A e C

2) Limite EC:

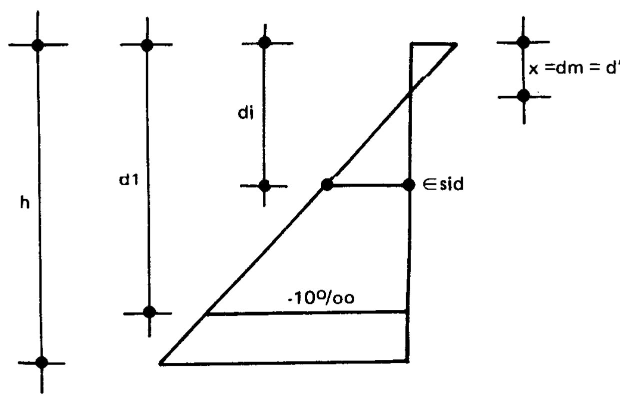

Figura 6

Temos:

$$xEC = dm$$

$$\alpha x, EC = \frac{x}{h} = \frac{dm}{h} = \alpha m \qquad (21)$$

$$\epsilon sid, EC = \frac{(\alpha m - \alpha i)}{\alpha 1 - \alpha m} \; 10 \; º/oo \qquad (22)$$

E assim:

$$\alpha x, EC \rightarrow \epsilon sid, EC \rightarrow \sigma sid, EC \rightarrow kEC \rightarrow \Omega EC$$

$$\therefore \; \mu EC = (\alpha cm - kEC)\nu + \Omega EC \qquad (23)$$

3) Limite da Zona O:

De (2): $\rho = 0 \quad \nu = \Psi$
De (3): $\Psi . \alpha cm - \mu = \overline{\Psi}$

E assim:

$$\begin{cases} \nu = \Psi \\ \mu o = \Psi . \alpha cm - \overline{\Psi} \end{cases} \qquad (24)$$

Exemplo: Determinar a curva μo para a seção retangular.

Temos:

$$\begin{cases} \Psi = \alpha y \\ \overline{\Psi} = \alpha y^2/2 \quad e \quad \alpha cm = 0,5 \end{cases}$$

Então:

$$\nu. = \Psi - \alpha y$$

$$\mu o = \alpha y.0,5 - \alpha y^2/2$$

$$\mu o = 0,5\alpha y - 0,5\alpha y^2 = 0,5\alpha y\ (1 - \alpha y)$$

OBS.: Os pontos de encontro da curva com as retas AC e EC, respectivamente II e III, são também conhecidos. Suas abscissas são:

$$\nu_{II} = \Psi AC; \quad \nu_{III} = \Psi EC$$

CÁLCULO DE $\in$sid:

A determinação de k e Ω é feita por tentativas, através das equações de compatibilidade e constitutivas. Esquematicamente, temos:

$$\in sid = f(\alpha x)$$

$$\sigma sid = f\ (\in sid)$$

$$k = f\ (\sigma sid)$$

$$k \gtrless \Omega$$

EQUAÇÕES DE COMPATIBILIDADE

RESUMO

1) Se: $\alpha\ x > 1,0$

$$\in sid = 14. \ \frac{\alpha x - \alpha i}{7\alpha x - 3} \ ^o/oo \qquad (25)$$

2) Se: $\underbrace{\frac{3,5}{13,5}}_{\alpha x2 - 3} \ \delta \leqslant \alpha x \leqslant 1.0$

$$\therefore \in sid = 3,5 . \ \frac{\alpha x - \alpha i}{\alpha\ x} \ ^o/oo \qquad (26)$$

3) Se: $\alpha x < \frac{3,5}{13,5} .\alpha_1$

$$\therefore \in sid = 10 . \ \frac{\alpha x - \alpha i}{\alpha 1 - \alpha x} \ ^o/oo \qquad (27)$$

CASOS PARTICULARES

1) Compressão Centrada

Temos: $\in$sid = const. = 2 ^{o}/oo $\Longrightarrow$
σsid = const. = σsd

Então, de (4) vem:

$$\therefore \rho = \frac{\sigma cd}{\sigma sd} (\nu - 1) \qquad (28)$$

pois, $\Psi = 1$ e $\sum_{1}^{m} ni = n$

2) Tração Centrada:

Temos: $\in$sid = const. = $-$ 10 ^{o}/oo $\Longrightarrow$
σsid = const. = $-$ fyd

Então, de (4) vem:

$$\therefore \rho = - \frac{\sigma cd}{fyd} . \nu \qquad (29)$$

pois, $\alpha y = 0$ e $\Psi = \overline{\Psi} = 0$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. GULIELMO V. Dantas — **Notas de Aula.**
2. LAURO M. dos Santos — **Cálculo de Concreto Armado.** Vol. 2.