

ANÁLISE ELASTO-PLÁSTICA DE SOLOS NÃO SATURADOS

RESUMO

A modelagem de solos através de conceitos elasto-plásticos é notoriamente mais realista do que os modelos elásticos. A consideração da não saturação envolve problemas adicionais e não atraiu inicialmente os pesquisadores para a formulação de modelos elaborados o suficiente para previsão do comportamento destes solos. Neste trabalho são apresentados três programas computacionais que simulam trajetórias de tensões drenadas em solos não saturados. Estes programas são baseados nos modelos elasto-plásticos apresentados por Alonso, Gens e Josa (1990) e Wheeler e Sivakumar (1995). Os programas são utilizados na modelagem de alguns ensaios publicados na literatura.

ABSTRACT

Soil modelling using elasto-plastic concepts is more realistic than using elastic models. However the difficulties associated in considering soil unsaturation did not attracted, initially geotechnical researchers to the use of elasto-plastic models for the prediction of the behaviour of unsaturated soils. Three elasto-plastic programs, based on the models proposed by Alonso, Gens and Josa (1990) and Wheeler and Sivakumar (1995) are briefly described here. Applications are made to the prediction of soil tests presented in the literature.

**Francisco Chagas da
Silva Filho, MSc**

(Prof. Assistente, UNIFOR)

**Márcio de Souza
Soares de Almeida,
PhD**

(Prof. Titular, COPPE/
UFRJ)

1. INTRODUÇÃO

A utilização de modelos elasto-plásticos em solos saturados está largamente apresentada em vários trabalhos que versam sobre este tema.

Mais recentemente a preocupação em modelar o comportamento dos solos não saturados tem-se intensificado, como pode ser visto nos últimos eventos nacionais e internacionais que trataram destes solos. Dentre os vários modelos apresentados, dois modelos elasto-plásticos se destacam: Alonso, Gens e Josa (1990) e Wheeler e Sivakumar (1995).

O modelo Alonso, como é conhecido, utiliza a teoria da plasticidade com endurecimento tanto no que diz respeito às tensões de compressão quanto na sucção. Alonso et al (1990) propuseram a existência de uma região elástica delimitada por três superfícies de plastificação denominadas de LC ("Loading-Collapse"), SI ("Suction-Increase") e a elipse do Cam-clay.

Wheeler e Sivakumar (1995) apresentaram um modelo com modificações na superfície LC, que evita a necessidade da determinação da tensão de referência p^c . Os parâmetros do solo seriam dependentes do nível de sucção aplicado.

Neste trabalho são apresentados três programas que simulam as trajetórias de tensões de ensaios drenados em amostras de solo não saturado.

O programa ALONSO adota o modelo proposto por Alonso, Gens e Josa (1990). Quando o solo atinge a saturação o programa modela também trajetórias de tensões não drenadas, tornando-se semelhante ao programa CamclayX (Almeida e outros, 1987).

Já o programa WHEELER segue o modelo de Wheeler. Neste programa é possível determinar o crescimento não monotônico da rigidez com a sucção. E finalmente uma composição dos modelos Alonso e Wheeler foi implementada no programa ALWHEEL, conforme descrito adiante.

2. MODELO ALONSO

O modelo foi inicialmente apresentado, em forma qualitativa, por Alonso, Gens e Hight (1987). Baseado em conceitos de plasticidade e na teoria de estados críticos, a formulação do modelo foi apresentada por Alonso, Gens e Josa

(1990). Para sucção igual zero o modelo transforma-se no modelo Cam-clay modificado para solos saturados. Tem a capacidade de modelar a maioria das características dos solos não saturados (Gens, Alonso e Josa, 1989), tais como: variação da rigidez do solo com a sucção, colapso e ruptura do solo em trajetórias de umedecimento.

Para o estado de tensões hidrostático admite duas variáveis de tensões: $p' = ((\sigma_1' + 2\sigma_3') - u_a)/3$, a tensão total menos a pressão do ar e $s = u_a - u_w$, sucção. Para o estado de tensões não hidrostático tem-se mais uma variável de tensão: $q = \sigma_1' - \sigma_3'$, tensão desvio onde σ_1' e σ_3' são respectivamente as tensões principais maior e menor. As variáveis de deformação são: $\varepsilon_v = \varepsilon_1 + 2\varepsilon_3$, deformação volumétrica e $\varepsilon_s = 2(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)/3$, deformação cisalhante.

Neste modelo elasto-plástico a região de comportamento elástico é delimitada pela existência de superfícies de escoamento, como visto na Figura 1, cuja formulação é mostrada logo abaixo.

$$F(p', q, s, p'(0)) = q^2 - M^2(p' + ks)(p'_0 - p') = 0 \quad (1)$$

onde:

$$\left(\frac{p_0}{p^c} \right) = \left(\frac{p_0^*}{p^c} \right)^{[\lambda(0) \kappa] [\lambda(s) - \kappa]} \quad (2)$$

onde p_0' é a tensão de escoamento isotrópica para determinada sucção s ; $p'_0(0)$ é a tensão de escoamento isotrópica para sucção igual a zero; κ é o parâmetro de rigidez elástico para variação na tensão p , e p^c a tensão de referência para a qual trajetória de umedecimento até a saturação tem-se apenas deformações elásticas.

$$\lambda(s) = \lambda(0) \left[(1 - r) \exp(-\beta s) + r \right] \quad (3)$$

A equação (3) define uma dependência da rigidez, no trecho virgem, com a sucção. Esta rigidez será sempre crescente com a sucção, tendo um valor máximo definido por r :

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{\lambda(s)}{\lambda(0)} = r \quad (4)$$

e β é um parâmetro que define o índice de aumento da rigidez com a sucção.

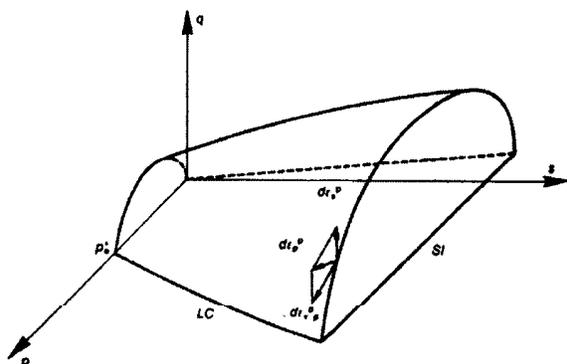


Figura 1 - Superfície de escoamento no espaço (p,q,s)

A equação (2) define a superfície de escoamento LC ("loading-collapse"), Deformações plásticas serão adicionais para aumento da tensão p, além da superfície, ou pelo colapso do solo sob umedecimento. A posição de LC é definida por $p'_0(0)$. Como pode ser visto na equação (2), quando $p'_0(0)$ for igual a tensão de referência p^c , a curva LC será uma linha reta. Esta tensão de referência se configura numa desvantagem deste modelo com relação a Wheeler, pois uma curva LC reta nem sempre é válida experimentalmente (Wheeler e Sivakumar, 1995).

Alonso, Gens e Josa (1990) propuseram a existência de uma superfície de escoamento, também no plano s:p, para aumento da sucção no trecho virgem, que seria uma linha reta paralela ao eixo de p' , sendo definida por:

$$s = s_0 \quad (5)$$

s_0 representa o valor máximo de sucção que o solo já experimentou (ver Figura 1). Um aumento de sucção além deste valor aciona esta superfície, deslocando-a para uma nova posição.

Josa, Alonso, Lloret e Gens (1987), citados por Nesnas (1995) mostraram que um aumento da sucção além de s_0 afeta a reposta do solo no carregamento ao longo de p. Assim sendo, Alonso, Gens e Hight (1987) propuseram um acoplamento entre as superfícies LC e SI. Alonso, Gens e Josa (1990) admitiram que deformações plásticas induzidas por aumento de tensão p ou de sucção teriam o mesmo efeito, sendo formulado o acoplamento de ambas as curvas, onde suas posições seriam controladas pela deformação plástica total.

Azevedo (1994) mostrou que em uma trajetória, onde se acionam simultaneamente as curvas LC e SI apresentam uma indeterminação na resolução do sistema de equações fornecidos pelas condições de fluência e endurecimento. Esta indeterminação, segundo Azevedo (1994), é uma limitação do modelo, já que trajetórias de tensões deste tipo são possíveis na análise de uma obra geotécnica.

O modelo admite a existência de uma curva de escoamento no plano (p,q) e sucção constante. O tamanho da elipse aumenta com o aumento da sucção (Figura 2), sendo definida por:

$$F(p',q,s)=q^2 - M^2(p'+ks)(p'_0 - p') = 0 \quad (6)$$

No estado crítico, o modelo admite constante a inclinação da linha de estados críticos para qualquer valor de sucção, sendo fornecida por:

$$q = Mp' + MKs \quad (7)$$

onde M é a inclinação da linha de estados críticos e K é a constante do solo que controla o aumento da coesão com a sucção.

Este modelo de estado crítico para solos não saturados é capaz de prever deformações volumétricas e cisalhantes em trajetórias de tensões drenadas.

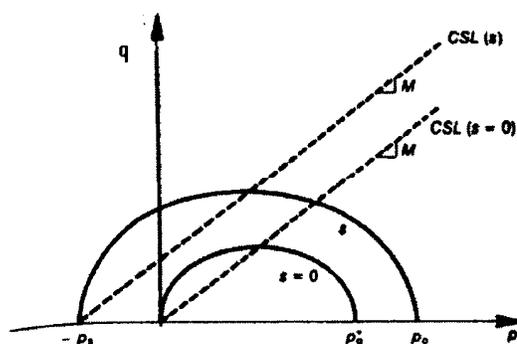


Figura 2 - Superfície de escoamento no plano (p,q)

3. MODELO WHEELER

Para uma completa descrição da deformação de um elemento de solo não saturado é necessária a especificação da

deformação volumétrica, deformação cisalhante e variação da umidade. O modelo Wheeler supõe 5 variáveis de estado, três variáveis de tensões (semelhante ao modelo anterior) e duas volumétricas: volume específico v e volume de água específico v_w (Wheeler e Sivakumar, 1995 e Wheeler, in press). O parâmetro v_w foi incluído para modelar trajetórias de tensões não drenadas, onde ocorre variação da sucção durante o carregamento. Wheeler e Sivakumar definiram uma linha de compressão isotrópica fornecida por equações do tipo:

$$q = 0 \quad (8)$$

$$v = f_1(p', s) \quad (9)$$

$$v_w = f_2(p', s) \quad (10)$$

Para a condição de estados críticos ("hyperline" de estados críticos):

$$q = f_3(p', s) \quad (11)$$

$$v = f_4(p', s) \quad (12)$$

$$v_w = f_5(p', s) \quad (13)$$

E a última equação para definir a região delimitada entre as "hyperlines" de compressão isotrópica e de estado crítico, a "hypersurface":

$$q = f_6(p', q, s) \quad (14)$$

$$v_w = f_7(p', q, s) \quad (15)$$

$$v = f_8(p', q, s) \quad (16)$$

Wheeler e Sivakumar (1995) validaram a existência de uma curva de escoamento no plano $s:p'$ para um "kaolin" compactado. Esta curva é semelhante à curva de escoamento "loading-collapse", proposta por Alonso, Gens e Josa (1990), sendo que a expressão que define a curva LC é dada por:

$$\begin{aligned} (\lambda(s) - k) \ln\left(\frac{p_0}{p_{at}}\right) &= (\lambda(0) - k) \ln\left(\frac{p_0(0)}{p_{at}}\right) + \\ &+ N(s) - N(0) + k_s \ln\left(\frac{s + p_{at}}{p_{at}}\right) \end{aligned} \quad (17)$$

Valores de q (tensão desvio) e v (volume específico) no estado último de cisalhamento ou crítico é definido pelo "hyperline" de estados críticos, a seguir:

$$q = M(s)p + \mu(s) \quad (18)$$

$$v = \Gamma(s) - \psi(s) \ln\left(\frac{p}{p_{at}}\right) \quad (19)$$

Os parâmetros $\lambda(s)$, $M(s)$, $\mu(s)$, $\Gamma(s)$ e $\psi(s)$ variam de acordo com a sucção e podem ser vistos na Figura 3.

Existe uma região sob domínio elástico interior a esta "hypersurface" definida em função de p' , q e s . De acordo com a Figura 3 tem-se uma seção mostrando um plano (p, q) a sucção constante. A superfície de escoamento passa pelos pontos A e B (Figura 3), correspondente a interseção do muro elástico com a linha de compressão isotrópica e de estados críticos.

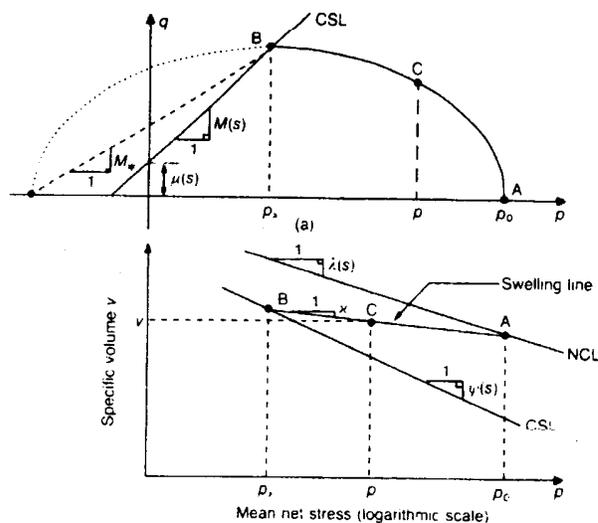


FIGURA 3 - Curvas de escoamento a sucção constante

Admitindo κ (inclinação da reta de descarregamento/re-carregamento no plano $p:v$) independente da sucção, o valor de p_0' é a interseção da linha de compressão isotrópica e a elipse de escoamento no ponto A da Figura 3, e é dada pela seguinte expressão:

$$p_0' = p' \text{ EXP} \left[\frac{N(s) - \lambda(s) \ln\left(\frac{p'}{p_{at}}\right) - v}{\lambda(s) - \kappa} \right] \quad (20)$$

O valor de p_x' , que é a interseção da elipse de escoamento com a linha de estados críticos, é dada por:

$$p'_x = p' \text{EXP} \left[\frac{\Gamma(s) - \lambda \psi(s) \ln \left(\frac{p'}{p_{at}} \right) - v}{\psi(s) - \kappa} \right] \quad (21)$$

A elipse de escoamento no plano p:q será:

$$q^2 = M_*^2 (p'_0 - p')(p' + p'_0 - 2p'_x) \quad (22)$$

Onde:

$$M_* = \frac{M(s)p'_x + \mu(s)}{p'_0 - p'_x} \quad (23)$$

A variação da inclinação da linha de estados críticos com a sucção difere do modelo Alonso, que admite este parâmetro constante, equivalente ao ϕ' (Fredlund, Morgenstern e Widger, 1978). Já o intercepto $\mu(s)$ que também varia com a sucção é consistente com dados experimentais de Escario e Saez (1986) e Fredlund e Rahadjo (1987) os quais verificaram a variação de ϕ^b de Fredlund com a sucção, que é semelhante ao parâmetro $\mu(s)$.

4. PROGRAMA ALONSO

O programa ALONSO utiliza o modelo Alonso, Gens e Josa (1990) para o cálculo das trajetórias de tensões isotrópicas e triaxiais. A formulação utilizada prevê trajetórias não drenadas quando o solo se apresenta saturado durante o cisalhamento, semelhante ao programa CamclayX (Almeida e outros, 1987).

O cálculo das derivadas parciais, utilizadas na determinação dos incrementos de deformação, é apresentado em Silveira (1992) e Silva Filho (1996). No programa é possível o acionamento apenas da superfície LC ou apenas de SI, evitando desta maneira a indeterminação no caso de acionamento simultâneo das duas curvas, como mencionado em Silveira (1992) e Azevedo (1994).

Neste trabalho são apresentados alguns exemplos de aplicação do programa na simulação de trajetórias de tensões apresentados

por Alonso, Gens e Josa (1990). Os parâmetros do solo utilizados pelo programa ALONSO são apresentados no Quadro 1. Uma trajetória de umedecimento seguida de carregamento da tensão p isotrópica. Depois um ressecamento do solo seguido de carregamento de p e finalmente um cisalhamento a sucção constante, conforme visto adiante:

$\lambda(0)$	0.20
κ	0.02
r	0.75
β	12.5 MPa ⁻¹
p^c	0.10 MPa
λ_s	0.08
κ_s	0.008
s_0	0.30 MPa
p_0^*	0.20 MPa

Figura 7 - Volume específico x tensão net p (Wheeler e Sivakumar comparado com o programa)

a) Trajetória 1 - O corpo de prova, submetido inicialmente a uma tensão $p = 0.10$ MPa e sucção 0.20 MPa, é umedecido até a saturação sob tensão p constante. Logo após, um carregamento da tensão p até o valor de $p = 0.60$ MPa. Como pode ser visto na Figura 4, inicialmente ocorrem deformação de expansão elástica, no umedecimento, e deformações elásticas e elasto-plásticas, no carregamento de p.

b) Trajetória 2 - O solo, submetido inicialmente a uma tensão $p = 0.10$ MPa e sucção 0.0 MPa, é ressecado, dentro da região elástica, a tensão constante até $s = 0.20$ MPa. Logo após o solo é carregado até $p = 0.60$ MPa, além da curva LC. O ressecamento produz apenas deformações elásticas de compressão e o carregamento da tensão p, deformações elásticas e elasto-plásticas (Figura 5).

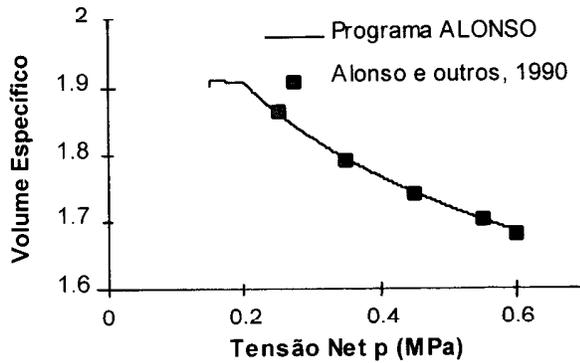


Figura 4 - Resultado da simulação comparado com Alonso et al

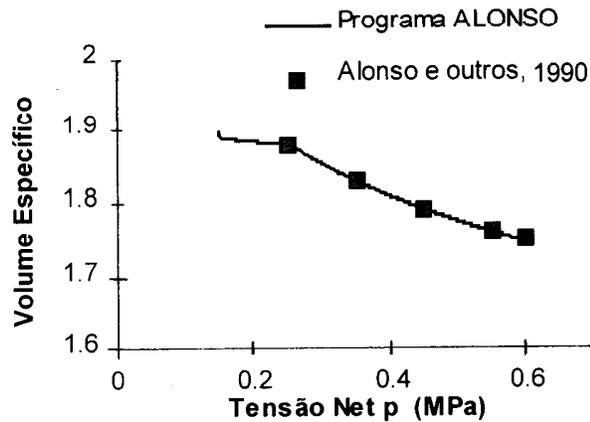
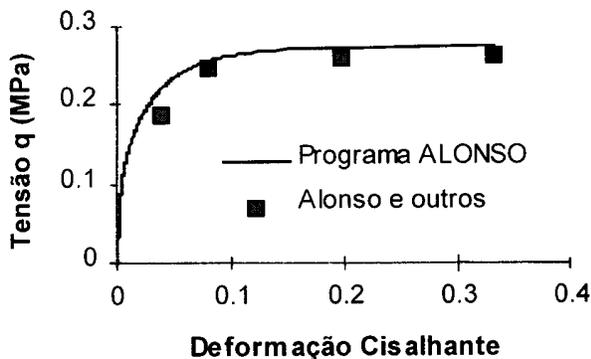


Figura 5 - Resultado da simulação comparado com Alonso et al

c) Trajetória 3 - Neste caso o programa ALONSO é usado para simular um cisalhamento a tensão $p = 0.15$ MPa e sucção $s = 0.20$ MPa constantes. No início da trajetória ocorre um trecho elástico seguido de deformações elasto-



plásticas até a ruptura (Figura 6).

Figura 6 - Resultados do cisalhamento comparados com Alonso et al, no plano (p,v)

5. PROGRAMA WHEELER

O programa WHEELER modela o comportamento dos solos não saturados de acordo com o modelo Wheeler.

Os parâmetros do solo, definidos no modelo, são fornecidos ao programa para quatro valores de sucção. Estes parâmetros são correlacionados com a sucção segundo duas funções. Uma função polinomial de terceiro grau ou uma função linear entre dois valores de sucção, utilizando a fórmula de Lagrange (Akai, 1993). A Figura 7 apresenta curvas $p:v$ para diferentes valores de sucção simulados pelo programa WHEELER, que comprovam a capacidade do programa de modelar o decréscimo não monotônico de $l(s)$ com a sucção. No Quadro 2 tem-se os parâmetros do solo utilizados pelo programa. As curvas da Figura 7 são comparadas com Wheeler e Sivakumar (1995).

s : kPa	$\lambda(s)$	N(s)	M(s)
0	0.128	2.052	0.813
100	0.182	2.122	0.933
200	0.196	2.196	0.959
300	0.176	2.212	0.910
s : kPa	$\mu(s) : \text{kPa}$	$\psi(s)$	T(s)
0	0.0	0.110	2.011
100	54.2	0.108	1.984
200	83.5	0.181	2.042
300	122.0	0.223	2.105

Quadro 2 - Parâmetros do modelo utilizados pelo programa WHEELER (Wheeler e Sivakumar, 1995)

6. PROGRAMA ALWHEEL

Neste programa os parâmetros do solo também variam com a sucção segundo uma função polinomial de terceiro grau ou linear entre dois valores de sucção consecutivos. O programa ALWHEEL despreza os parâmetros $\gamma(s)$ e $G(s)$, utilizados no programa WHEELER para a determinação da elipse de escoamento.

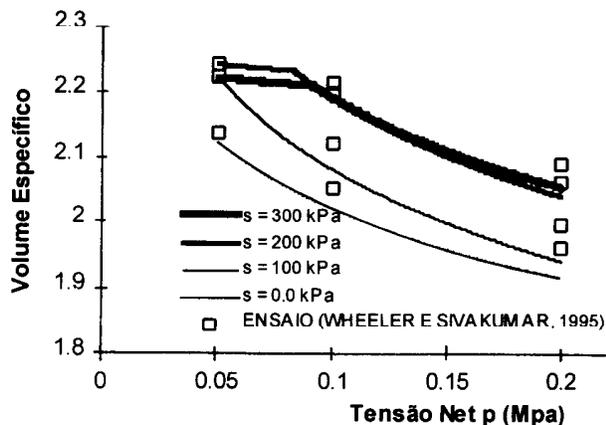


Figura 7 - Volume específico x tensão net p (Wheeler e Sivakumar comparado com o programa)

A elipse no plano (p,q), utilizada no programa ALWHEEL é semelhante à do modelo Cam-clay modificado e do modelo Alonso, tendo a seguinte formulação:

$$F_1 = q^2 - M^2(p' + \overline{\mu(s)})(p'_0 - p') \quad (24)$$

onde $\overline{\mu(s)}$ é semelhante a tensão p_s (Figura 2) que controla o aumento da coesão com a sucção no modelo Alonso. Este parâmetro é modificado por ALWHEEL com relação a $\mu(s)$ que é o intercepto da linha de estados críticos com o eixo da tensão desvio.

Wheeler e Sivakumar (1995) obtiveram resultados mais adequados com a elipse proposta por estes autores. Apesar disto, optou-se no programa ALWHEEL, pela utilização da versão modificada do modelo Cam-clay, que fornece uma adequada descrição qualitativa do comportamento saturado do solo.

O programa ALWHEEL é utilizado neste trabalho para simular três trajetórias de tensões em solos não saturados publicados na literatura. Josa (1988) realizou ensaios em amostras não saturadas de um caulim de baixa plasticidade, apresentando diversas trajetórias de tensões

$\lambda(0)$	0.14
κ	0.012
r	0.263
β	16.56 MPa ⁻¹
p^c	0.043 MPa
λ_s	0.036
κ_s	0.010

Quadro 3 - Parâmetros usados pelo programa Alonso (Josa, 1988)

s : MPa	$\lambda(s)$	N(s)
0.00	0.1400	1.8211
0.04	0.0900	1.8772
0.06	0.0750	1.8901
0.09	0.0601	1.9262
s : MPa	M(s)	$\mu(s)$
0.00	0.821	0.000
0.04	0.821	0.024
0.06	0.821	0.036
0.09	0.821	0.054

Quadro 4 - Parâmetros usados pelo programa ALWHEEL (Josa, 1988)

isotrópicas nestas amostras. Nos Quadros 3 e 4 podem ser vistos os parâmetros do solo utilizados pelos programas ALONSO e ALWHEEL.

Uma trajetória de tensão isotrópica a sucção constante e igual a 0.01 MPa. A Figura 8

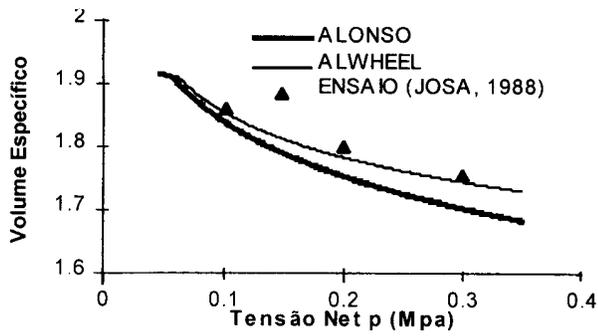


Figura 8 - Ensaio E-2 (Josa, 1988)

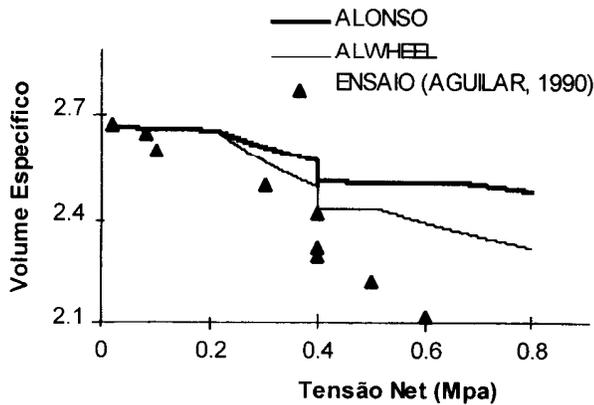


Figura 9 - Ensaio C.I.5 (Aguilar, 1990)

apresenta resultados da simulação do ensaio E-2 (Josa, 1988) com os programas ALONSO e ALWHEEL, comparados com o ensaio.

O ensaio C.I.3 (Aguilar, 1990) foi realizado em amostra de solo poroso não saturado, proveniente das linhas do metrô da cidade de São Paulo. Neste ensaio foi inicialmente aplicada carregamento da tensão p' (0.65 MPa), a sucção constante (0.15 MPa), e em uma segunda fase o solo é descarregado, sem variação de sucção, até a tensão p' do início do ensaio (0.05 MPa). Os parâmetros do solo, utilizados pelos programas ALONSO e ALWHEEL podem ser vistos nos Quadros 5 e 6. Como visto na Figura 9 o resultado da simulação com o programa ALWHEEL apresentou bons resultados, não acontecendo o mesmo com o programa ALONSO. Este fato se deve a que a rigidez do solo no modelo Alonso é sempre crescente, o que não ocorreu no ensaio de Aguilar (1990).

O ensaio C.I.5 (Aguilar, 1990) foi composto de 4 fases. Na primeira fase ocorre um carregamento além da superfície LC seguido de um aumento de sucção até 0.40 MPa e

$\lambda(0)$	0.217
κ	0.006
r	0.565
β	0.0215 kPa ⁻¹
p^c	18.1 kPa
λ_s	0.008
κ_s	0.108

Quadro 5 - Parâmetros usados pelo programa ALONSO (Aguilar, 1990)

s : MPa	$\lambda(s)$	N(s)
0.00	0.217	2.5492
0.05	0.187	2.3447
0.10	0.250	2.7600
0.15	0.377	2.8905
s : MPa	M(s)	$\mu(s)$
0.00	1.00	0.2886
0.05	1.00	0.1473
0.10	1.00	0.1353
0.15	1.00	0.1487

Quadro 6 - Parâmetros usados pelo programa ALWHEEL (Aguilar, 1990)

novamente diminuição ao valor inicial de 0.1 MPa. Neste ciclo de aumento e diminuição de sucção o solo está submetido a uma tensão net p também igual a 0.40 MPa. Finalmente na última fase a amostra sofre novo aumento da tensão

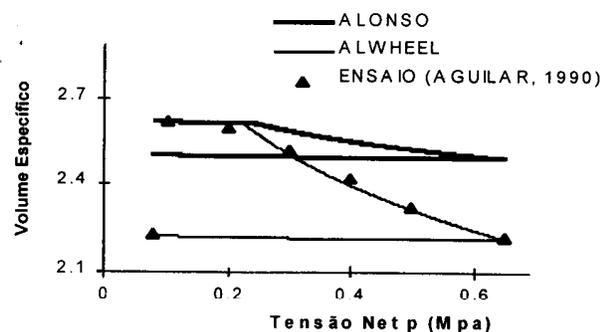


Figura 10 - Ensaio C.I.5 (Aguilar, 1990)

até um valor de 0.80 MPa. A Figura 10 mostra as simulações realizadas pelos programas ALONSO e ALWHEEL.

As diferenças dos resultados das simulações e do ensaio foram atribuídas por Alonso, Gens e Josa (1991), à quebra de pequenas cimentações entre as partículas, pelas deformações plásticas induzidas no ressecamento do solo na segunda fase da trajetória.

7. CONCLUSÃO

Neste trabalho foram apresentados três programas computacionais que simulam trajetórias de tensões drenadas em solos não saturados, baseado nos modelos Alonso (programa ALONSO), Wheeler (programa WHEELER). Caso o solo atinja a saturação a simulação também pode ser feita para condições não drenadas. O programa ALWHEEL é uma composição dos dois modelos.

Os modelos elasto-plásticos são mais abrangentes, conseguindo modelar um maior número de trajetórias de tensões. O programa ALWHEEL que utiliza os modelos de Wheeler e Alonso apresentou melhores resultados, pois prevê o aumento da rigidez não monotônica com a sucção, variação da inclinação da linha de estados críticos, bem como a variação do efeito coesivo da sucção. Também adota a elipse de escoamento no plano $p:q$ semelhante ao modelo Cam-clay, o que o torna mais adequado para utilização quando da saturação do solo.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AGUILAR, S. A. A. (1990). **Deformabilidade de uma Argila Colapsível Não Saturada so Compressão Isotrópica com Sucção Controlada**. Dissertação de mestrado. PUC - Rio de Janeiro.
- AKAI, T. J. (1993) **Applied numerical methods for engineers**. John Wiley & Sons, Inc.
- ALMEIDA, M. S. S., Danziger, F. A. B. e Oliveira, E. B. (1987) **Comportamento tensão-deformação em ensaios triaxiais de solos previstos através de modelos de estados críticos**. VII Congresso Latino-Americano e Ibérico de Métodos Computacionais em Engenharia, Novembro de 1987. Rio de Janeiro pp. 215-233.
- ALONSO, E. E., Gens, A. e Hight, D. W. (1987). **General report, session 5: Special problem soils**. Proc. 9th. ECSMFE, Dublin, Vol. 3, pp 1087-11476.
- ALONSO, E. E., Gens, A. e Josa, A. (1990). **A Constitutive model for partially saturated soils**. Geotechnique, Vol. 40, No. 3, pp 405-430.
- ALONSO, E. E., Gens, A. e Josa, A. (1991). **A Constitutive model for partially saturated soils**. Geotechnique. Discussion Vol. 41, No. 2, pp 273-275.
- AZEVEDO, R. F. (1994). **Comentários sobre um Modelo Constitutivo para solos não saturados - 2**. Simpósio sobre solos não saturados - AMSF - UFPE - ABMS/NE (Recife-Pe).
- ESCARIO, V. e Saez, J. (1986). **The strength of partly saturated soils**. Geotechnique, Vol. 36, No. 3, pp 453-456.
- FREDLUND, D. G., Morgenstern, N. R. e Widger, R. A. (1978). **The shear strength of unsaturated soils**. Canadian Geotech. J., Vol. 15, pp 313-321.
- FREDLUND, D. G., Rahadjo, H. e Gan, J. K. M. (1987). **Non-linearity of Strength Envelop for Unsaturated Soils**. Proc. 6th Int. Conf. Expansive Soils, New Delhi. Pp 49-54.
- GENS, A., Alonso, E. E. e Josa, A. (1989). **Elastoplastic modelling of partially saturated soils**. Numerical Methods in Geomechanics, Proc. NUMOG III, Niagara Falls, pp 162-170.
- JOSA, A. (1988). **Un modelo elastoplastico para suelos no saturados**, Tesis Doctoral, Universidad Plolitecnica de Cataluña, Barcelona, España, 541 p.
- NESNAS, K (1995). **A Finite Element Implementation of a Critical State Model for Unsaturated Soils to Simulate Drained Conditions**. PhD Thesis. Sheffield University.
- SILVA FILHO, F. C. (1996) **Análise Elasto-plástica de Solos Não Saturados**. 2º.

**Seminário de Qualificação para
Candidatura ao Doutorado. COPPE/UFRJ**

SILVEIRA, L. G. (1992). **Estudo de um modelo constitutivo para solos não saturados. Dissertação de mestrado - PUC.** Rio de Janeiro.

WHEELER, S. J. e Sivakumar, V (1995). **An**

elasto-plastic critical state framework for unsaturated soil. Geotechnique, Vol. 145, No. 1, pp 35-53.

WHEELER, S. J. (in press). **Inclusion of specific water volume within an elasto-plastic model for unsaturated soil.** Submitted to Canadian Geotechnical Journal.