

MINIMIZAÇÃO DO DESGASTE NAS CURVAS COM RAMPAS RETAS EM FERROVIAS

Marcelo P. Klein
mpklein@unifor.br

Leon Sinay
sinay@lncc.br

Resumo

O Traçado de uma ferrovia, em planta, é constituído por retas concordadas por uma curva circular e trechos de transição consistentes em curvas de curvatura variável. Estas transições têm por finalidade evitar o choque que sem elas se produziria entre as rebordas das rodas e as faces internas do boleto dos trilhos, na passagem do trem, das tangentes à parte circular. Quando um móvel qualquer percorre um caminho curvo, sofre uma aceleração centrífuga que depende da velocidade do móvel. Esta aceleração pode ser compensada com uma inclinação lateral do caminho, que no caso das ferrovias, é obtida através da sobrelevação do trilho externo. Dado que na prática, diversos tipos de trens utilizam uma mesma via, acaba-se produzindo um desgaste nos trilhos devido a que a sobrelevação necessária para alguns tipos é excessiva para outros. O objetivo deste trabalho é mostrar como esse desgaste pode ser minimizado no caso de curvas com rampas retas, utilizando-se técnicas de Pesquisa Operacional. O problema é equacionado a partir de leis físicas e o desgaste é minimizado aplicando-se o método de Fibonacci, programado para um microcomputador.

Palavras-chave: *transição, sobrelevação, rampas retas, método de Fibonacci*

Abstract

Railway's lay-outs are, in general, formed by straight lines, matched by circular curves, and transition segments consisting of varying curvature curves. The goal of these transition segments is to avoid bumps that; otherwise, would occur between the wheel's brim and the inner face of the rail's head, as trains pass from the straight to the circular section. When a body moves along a curved path, it is subjected to a centrifugal acceleration, which depends on the body's velocity. This acceleration can be counterbalanced by a lateral slant of the path which, in railways, is obtained by rising the outer rail. Since, in practice, several kinds of trains use the same railway, the lifting of the rail which is adequate for one kind may not be for others, and therefore, the wearing-down of the rail is not avoided. The purpose of this paper is to show that wear-down of the outer rail of curves with straight ramps can be minimized using Operation Research techniques. The wear-down problem is equated from physical laws, and the wear-down is minimized using Fibonacci's method, programmed in a PC.

Keywords: *transition, lateral slant, straight ramps, Fibonacci's method*

1 Introdução

O traçado de uma estrada em planta é constituído por retas, concordadas por curvas, que constituirão o futuro eixo da estrada. Para concordar dois alinhamentos retos, foi há muito, escolhida a curva circular, em vista da simplicidade desta curva para ser projetada e locada. Na Figura 1 são indicados dois alinhamentos retos AB e CD com interseção em P concordadas por uma curva circular de raio R. Na técnica de estradas, os alinhamentos retos AB e CD denominam-se tangentes.

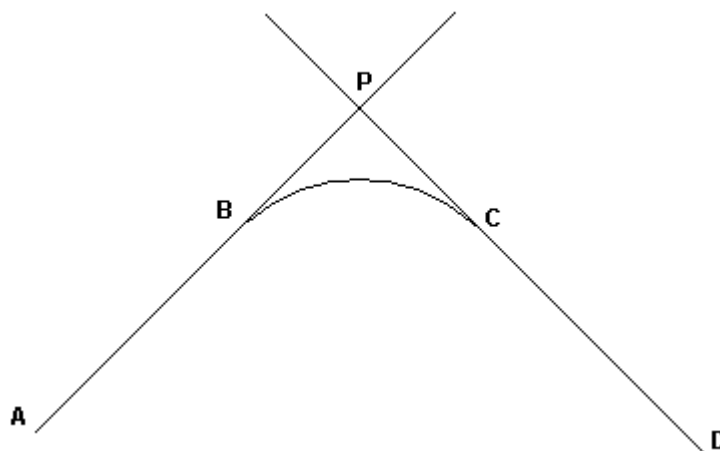


Figura 1: Concordância de alinhamentos retos com curva circular

Os inconvenientes do emprego da concordância com uma curva circular simples foi há muito sentida pelos ferroviários, por causa da distribuição da sobrelevação e principalmente pelo choque produzido pelos rebordos das rodas contra as faces internas do boleto dos trilhos, na entrada e saída das curvas, pois a passagem brusca do alinhamento reto para a curva circular (devido à diferença de curvaturas) não dá tempo aos trucks de tomarem a sua posição de inscrição, devido à inércia. Faz-se necessário então incluir no traçado, um trecho de transição que permita a concordância, o que é obtido através de uma curva com curvatura variável. As normas federais para estradas de ferro no Brasil, indicam indiferentemente o uso da espiral de Cornu e a parábola cúbica para a concordância; no entanto, de acordo com PACHECO DE CARVALHO (1957), nos poucos trabalhos ferroviários em que tem sido empregada a transição, esta é uma espiral e não uma parábola cúbica.

Ao percorrer uma curva, o vagão está sujeito ao efeito das acelerações da gravidade e centrífuga (a qual, como se sabe é uma função da velocidade do trem e da curvatura da curva). A componente da soma de ambas, na direção dos dormentes, pode ser neutralizada pela inclinação do vagão, produzida pela elevação do nível do trilho externo em relação ao interno. Tal diferença de nível, denominada de sobrelevação deve obedecer a certos limites, determinados a partir da velocidade dos trens que a percorrem. No trecho circular, o valor absoluto da aceleração centrífuga é constante (considerando o módulo da velocidade do trem constante, ao percorrê-la). Portanto, a sobrelevação também deverá ser constante e evidentemente positiva.

Como no trecho reto a sobrelevação é nula, faz-se necessário, na parte correspondente à curva de transição, variar a sobrelevação de zero (no ponto de encontro da transição com a tangente) ao valor obtido no trecho circular (no encontro da transição com a parte circular). O trecho de linha cuja inclinação varia de zero ao valor obtido na parte circular é denominado de rampa.

Quando a curva é percorrida com trens com a mesma velocidade, determine-se para valor de sobrelevação (na parte circular) aquele que elimina os efeitos da aceleração transversal (na direção dos dormentes). Esta sobrelevação é denominada sobrelevação teórica. Tal sobrelevação não poderá ser mantida se a mesma via é percorrida por trens com velocidades distintas. Se aplicarmos por exemplo a sobrelevação teórica com base no trem de maior velocidade, para os trens de menor velocidade, haveria uma aceleração lateral para dentro da curva (cujo valor absoluto aumenta diretamente em função da diferença dessas velocidades) e com isso uma supersolicitação do trilho interno, dificultando a rodagem e impondo maiores esforços transversais na via ATNF(2004).

De acordo com BEZERRA COELHO (1982) e ACMinas (2004), o desgaste em curvas é sem dúvida alguma a principal razão de substituição de trilhos em todas as ferrovias. A degradação e a falta de segurança nos trilhos são um dos maiores problemas enfrentados pelas companhias ferroviárias de todo o mundo. Segundo ACMinas (2004), ao longo dos 150 anos das ferrovias brasileiras, muitos investimentos já foram feitos para a modernização da malha ferroviária nacional, mas o natural desgaste das vias férreas é ainda fator de preocupação dos profissionais do setor. Ainda neste informe, nos últimos 10 anos foram investidos R\$ 4,5 bilhões no setor para atender a crescente demanda de transporte e modernizar a malha ferroviária do país. O volume de cargas transportadas por via férrea, neste período teve um aumento de 45%. Assim, qualquer tentativa no sentido de minimizar

investimento em manutenção da malha ferroviária é de fundamental importância. O objetivo deste trabalho é mostrar um método que permite determinar a sobrelevação que proporciona o desgaste mínimo nos frisos das rodas e nos trilhos em toda a curva.

2 Estudo das propriedades da espiral de Cornu

Consideremos o caso particular em que a rampa (trecho da via que faz a transição da parte reta com o trecho circular) tem como projeção horizontal a curva de transição. Se esta é uma espiral de Cornu e em cada ponto a inclinação é proporcional à distância do ponto à origem da rampa (rampa reta), esta última pode ser descrita matematicamente em forma paramétrica por

$$X(t) = (x(t), y(t), z(t)) \tag{1}$$

$$x(t) = \frac{a}{\sqrt{2}} \int_0^t \frac{\cos \theta}{\sqrt{\theta}} d\theta \quad ; \quad y(t) = \frac{a}{\sqrt{2}} \int_0^t \frac{\sin \theta}{\sqrt{\theta}} d\theta \tag{2}$$

$$z(s(t)) = m \cdot s(t) \tag{3}$$

onde a e m são constantes adequadas e s é o comprimento de arco da curva. A título de informação, segundo ANTF (2004), rampas acima de 1,5% já começam a ser prejudiciais ao transporte ferroviário, muito embora alguns segmentos ferroviários construídos no passado possuam valores da ordem de 3%.

O diferencial do comprimento de arco é dado por

$$ds = ((x')^2 + (y')^2 + (z')^2)^{1/2} dt \quad (y' = \frac{d}{dt})$$

e portanto, utilizando (02)

$$s = \int_0^t \left(\frac{a^2}{2\theta} + (z')^2 \right)^{1/2} d\theta \tag{4}$$

Substituindo s em (03) por (04) e derivando em relação a t temos que

$$(z')^2 = \frac{m^2 \cdot a^2}{2(1-m^2)} \cdot \frac{1}{t}$$

de onde segue que

$$z(t) = \frac{\sqrt{2ma}}{\sqrt{1-m^2}} \sqrt{t}$$

e

$$s(t) = \frac{\sqrt{2a}}{\sqrt{1-m^2}} \sqrt{t} \tag{5}$$

Podemos expressar então (01) em função do comprimento de arco s utilizando (05), resultando

$$\begin{aligned} X(s) &= \left(\frac{a}{\sqrt{2}} \int_0^{t(s)} \frac{\cos \theta}{\sqrt{\theta}} d\theta, \frac{a}{\sqrt{2}} \int_0^{t(s)} \frac{\sin \theta}{\sqrt{\theta}} d\theta, m \cdot s \right) \\ &= \left(\sqrt{2} ac \int_0^s \cos(c\theta)^2 d\theta, \sqrt{2} ac \int_0^s \sin(c\theta)^2 d\theta, m \cdot s \right) \end{aligned} \tag{6}$$

com
$$c = \frac{\sqrt{1-m^2}}{\sqrt{2a}}$$

No caso em que a velocidade do trem é constante, em módulo, ao longo da rampa, este tem sua aceleração na direção do vetor $\frac{d^2X}{ds^2}$, que está no plano normal à tangente à curva e, segue-se de (06) que esse vetor é horizontal, pois

$$\frac{d^2X}{ds^2} = 2\sqrt{2} ac^3s (-\text{sen}(cs)^2, \text{cos}(cs)^2, 0)$$

Reciprocamente, se $X(s)$ é uma curva diferenciável, definida no R^3 , s é o comprimento de arco e $\frac{d^2z}{ds^2} = 0$, é imediato que existem constantes m e b tais que $z = ms + b$. E ainda, dado que s é o comprimento de arco, temos que

$$1 = \left(\frac{dx}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dy}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dz}{ds}\right)^2 = \left(\frac{dx}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dy}{ds}\right)^2 + m^2$$

então, $|m| \leq 1$ e $\frac{dx}{ds}$, $\frac{dy}{ds}$ satisfazem à equação da circunferência

$$\left(\frac{dx}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dy}{ds}\right)^2 = 1 - m^2 = r^2$$

de onde pode-se concluir que existe uma função $f(s)$ tal que

$$\frac{dx}{ds} = r \cos f(s)$$

$$\frac{dy}{ds} = r \text{sen } f(s)$$

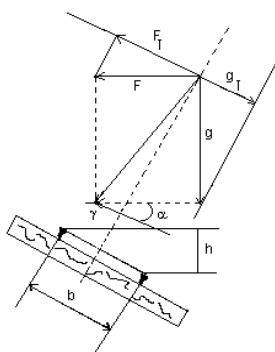
e portanto

$$x(s) = r \int_0^s \cos \phi(t) dt, \quad y(s) = r \int_0^s \text{sen } \phi(t) dt \tag{7}$$

Comparando (06) com (07) vemos que a projeção $(x(s), y(s))$ é o que poderíamos chamar de uma espiral de Cornu generalizada.

3 Cálculo da aceleração transversal

Temos na Figura 2 a representações das acelerações quando atuam no trem num ponto do trecho da curva, supondo a velocidade em módulo constante e igual a V .



α = ângulo produzido pela sobrelevação

h = sobrelevação (mm)

b = bitola (mm)

$\rho = \frac{1}{|k|}$ é o raio(m) de curvatura da curva no ponto estudado,

onde k é a curvatura da curva naquele ponto

F = aceleração (m/s^2)

V = velocidade do trem (em módulo) (km/h)

γ = aceleração transversal (m/s^2)

Figura 2: Acelerações que atuam no trem em um ponto do trecho da curva.

Então,

$$g = F_T - g_T = F \cos \alpha - g \sin \alpha = (F - g \tan \alpha) \cos \alpha$$

Sabemos que a aceleração centrífuga F é dada por $F = \frac{V^2}{\rho}$

Considerando que α é um ângulo pequeno, tomamos a aproximação $\cos \alpha \sim 1$ e assim

$$\gamma = F - g \tan \alpha = F - 9,81 \frac{h}{b}$$

Observe-se que $\frac{h}{b}$ é adimensional (h e b são dados em mm); como na expressão $F = \frac{V^2}{\rho}$, V é dada em km/h enquanto ρ é em metro, é necessário expressar V^2 em $(m/s)^2$, isto é, V deve ser multiplicada por $(1000/3600)^2 \sim 1/13$, donde resulta finalmente

$$\gamma = \frac{V^2}{13\rho} - 9,81 \frac{h}{b} \tag{8}$$

4 Cálculo da curvatura em cada ponto

a) No trecho circular de raio R , é evidente que a curvatura k é constante e igual a $1/R$.

b) Serão analisadas neste trabalho rampas retas, isto é, aquelas que satisfazem a condição (03) com $m = h_c/l_c$, onde $h_c =$ sobrelevação (constante)

no trecho circular e $l_c =$ comprimento da rampa isto é, do ponto de tangência com o trecho reto ao ponto de encontro com a parte circular. Para esta rampa, determinaremos inicialmente a equação $X(t) = (x(t), y(t), z(t))$ da curva determinada pelo trilho externo a partir do ponto de tangência com o trecho reto até o ponto de encontro com a parte circular. Vimos na seção anterior, que neste trecho, sua projeção é uma espiral de Cornu; tomando pois $X(t) = (x(t), y(t), z(t))$ a equação da rampa no trecho acima explicado, com $x(t)$ e $y(t)$ dados por (02), temos que seu comprimento $s(t)$ correspondente a cada valor de t é dado por (05).

Assim, utilizando (06), tem-se

$$X'(t) = \left(\frac{a \cos t(s)}{\sqrt{2} \sqrt{t(s)}} t'(s), \frac{a \sin t(s)}{\sqrt{2} \sqrt{t(s)}} t'(s), \frac{h_c}{l_c} \right)$$

mas, de (05) temos que $t(s) = \left(\frac{1-m^2}{2a^2} \right) s^2 = \left(\frac{l_c^2 - h_c^2}{2a^2 l_c^2} \right) s^2$, portanto

$$X'(s) = \left(\frac{(l_c^2 - h_c^2)^{1/2}}{l_c^2} \cos t(s), \frac{(l_c^2 - h_c^2)^{1/2}}{l_c^2} \sin t(s), \frac{h_c}{l_c} \right).$$

Logo, $X''(s) = \frac{(l_c^2 - h_c^2)^{3/2}}{a^2 l_c^3} s (-\sin t(s), \cos t(s), 0)$

E assim, a curvatura $k(s)$ em cada ponto desta rampa é

$$k(s) = \left| X''(s) \right| = \frac{(l_c^2 - h_c^2)^{3/2}}{a^2 l_c^3} s \tag{9}$$

No encontro desta curva com o trecho circular, a qual tem curvatura constante e igual a $1/R$ temos

$$k(l_c) = \frac{(l_c^2 - h_c^2)^{3/2}}{a^2 l_c^2} = 1/R \text{ donde tiramos}$$

$$a^2 = \frac{(l_c^2 - h_c^2)^{3/2}}{l_c^2} R$$

Substituindo este valor de a^2 na igualdade (09), obtemos finalmente

$$k(s) = \frac{1}{l_c R} s \tag{10}$$

5 Desgaste nos trilhos e rodas

De acordo com NOVAES (1978), a prática ferroviária mostra que o desgaste nos frisos das rodas e trilhos, nas curvas, é função de :

1. aceleração transversal na curva
2. peso bruto médio por eixo
3. número médio de solitações durante um intervalo de tempo determinado.

Levando em consideração a expressão para determinação do desgaste no trecho circular fornecido por NOVAES (1978), e a parte correspondente à rampa, temos como função desgaste para a curva completa (parte circular e rampa) :

$$D(h_c) = 2 \int_0^{l_c} K \sum_{i=1}^M WT_i \cdot NT_i \cdot |\gamma_i(s)| ds + K \cdot L \sum_{i=1}^M WT_i \cdot NT_i \cdot |\gamma_i| =$$

$$2K \sum_{i=1}^M WT_i \cdot NT_i \int_0^{l_c} |\gamma_i(s)| ds + K \cdot L \sum_{i=1}^M WT_i \cdot NT_i \cdot |\gamma_i|$$

onde

WT_i = tonelagem bruta do trem tipo i

NT_i = número total de trens do tipo i que trafegam na curva em questão

$\gamma_i(s)$ = aceleração transversal do trem tipo i , na rampa, no ponto tal que o comprimento do arco até o ponto de tangência com o trecho reto é s

γ_i = aceleração transversal do trem tipo i no trecho circular

K = constante de proporcionalidade

L = comprimento do trecho circular

M = número de trens considerado

Considerando que a sobrelevação na rampa é $h = z(s) = \frac{h_c}{l_c} s$ e que no trecho circular, $h = h_c$, temos a partir da igualdade (08) que

$$\gamma_i(s) = \frac{V_i^2}{13} k(s) - 9,81 \frac{h_c}{l_c b} s = \left(\frac{V_i^2}{13 l_c R} - 9,81 \frac{h_c}{l_c b} \right) s$$

$$\gamma_i = \frac{V_i^2}{13 R} - 9,81 \frac{h_c}{b}$$

As restrições devidas à estabilidade dinâmica e condições de conforto :

$-0,98 < \gamma_i(s)$, $\gamma_i < 0,65$ (m/seg²),
segundo SCHRAM (1974), devem ser obedecidas.

Portanto:

$$D(h_c) = 2K \sum_{i=1}^M WT_i \cdot NT_i \left| \frac{V_i^2}{13l_c R} - 9,81 \frac{h_c}{l_c b} \right| \frac{l_c^2}{2} + K \cdot L \sum_{i=1}^M WT_i \cdot NT_i \left| \frac{V_i^2}{13R} - 9,81 \frac{h_c}{b} \right|.$$

E assim,

$$D(h_c) = K (l_c + L) \sum_{i=1}^M WT_i \cdot NT_i \left| \frac{V_i^2}{13R} - 9,81 \frac{h_c}{b} \right| \quad (11)$$

De acordo com SCHRAM (1974), l_c é função das velocidades dos trens e da sobrelevação. Para cada tipo de trem, ter-se-ia

$$l_c = l_{c_i} = \begin{cases} 0,01 V_i h_c & \text{para } V_i \geq 40 \text{ km/h} \\ 0,4 h_c & \text{para } V_i \leq 40 \text{ km/h} \end{cases} \quad (12)$$

Como se deve tomar apenas um único valor de l_c para todos os tipos de trens considerados na equação (11), escolhere-se para cada h_c dado, o maior dentre os M valores resultantes ao aplicar (12).

6 Resultados e discussões

1. Se em vez das equações (02) que descrevem como curva de transição a espiral de Cornu, fosse tomada uma curva genérica $(x(t), y(t))$ e considerada a rampa reta correspondente, tomando por base

$$\text{portanto as equações dadas em (07), teríamos } \gamma(s) = \frac{V^2}{13} r \left| \phi'(s) \right| - 9,81 \frac{h}{b}$$

Isto permitiria estender o resultado obtido no presente trabalho

2. A fórmula (11) assemelha-se com a determinada por NOVAES (1978), quando considerou apenas o trecho circular (tomando em (11) $l_c = 0$). No entanto, os valores ótimos de h_c num e noutro caso devem ser distintos, em virtude de em (11) aparecer l_c o qual é uma função não linear de h_c
3. Eventuais problemas em campo podem ser facilmente resolvidos com a implementação em um lap top de programas adequados para determinar a sobrelevação ótima.

Exemplo - Sobrelevação para mínimo desgaste

Otimização por busca direta – método de Fibonacci

Foram consideradas quatro curvas distintas numa mesma ferrovia, ficando cada uma delas sujeita num certo período de tempo (comum a todas) a um movimento de trens com características distintas, conforme indicado na Tabela 1. Aplicando o método de otimização por busca direta de Fibonacci no processo discutido no trabalho, obtivemos para cada curva, a sobrelevação recomendada e a velocidade máxima permitida em seu trajeto, apresentados na Tabela 1 e nas figuras 3 e 4.

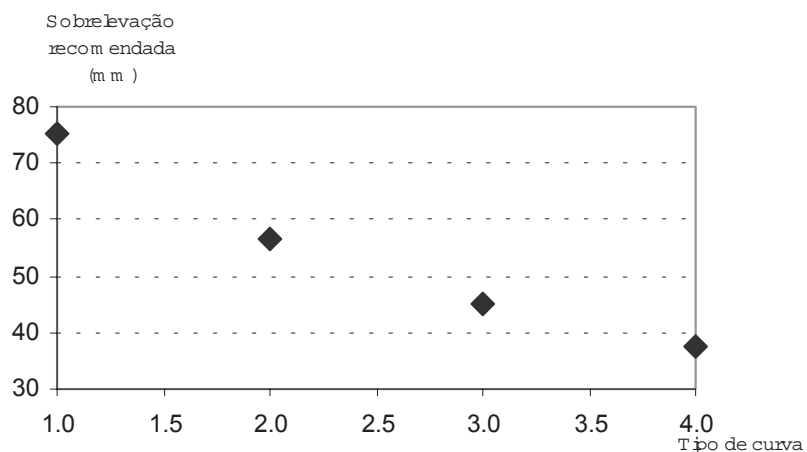


Figura 3 : Sobrelevação recomendada

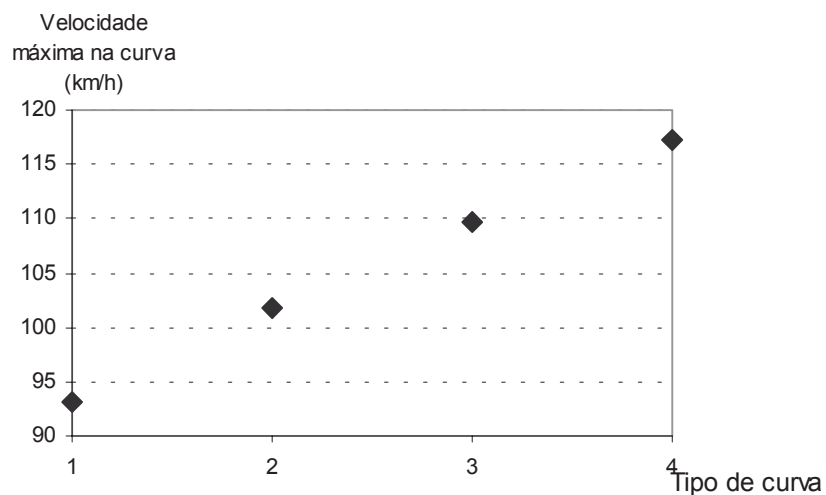


Figura 4 : Velocidade máxima permitida

Tabela 1 – Aplicação do método de otimização por busca direta de Fibonacci

TREM- TIPO	QUANTIDADE	PESO BRUTO (ton)	VEL. MÁXIMA DE PROJETO (km/h)	1ª curva	2ª curva	3ª curva	4ª curva
				Raio da curva 600 m Comprimento do trecho circular 471,24 m Comprimento da rampa 70,09 m	Raio da curva 800 m Comprimento do trecho circular 628,32 m Comprimento da rampa 57,47 m	Raio da curva 1.000 m Comprimento do trecho circular 785,40 m Comprimento da rampa 49,58 m	Raio da curva 1.200 m Comprimento do trecho circular 942,48 m Comprimento da rampa 44,12 m
				SOBRELEVAÇÃO RECOMENDADA (em mm)			
				75,27	56,46	45,16	37,64
				VELOCIDADE MÁXIMA PERMITIDA (em km/h)			
minério (carregado)	45	12.000	45	93,11	101,79	109,77	117,22
minério (vazio)	45	2.500	60				
carga diversa	130	6.000	60				
carga diversa	140	3.000	70				
passageiro	90	1.000	110				
passageiro	90	1.200	110				
passageiro rápido	60	500	140				
passageiro rápido	60	600	140				
carvão (carregado)	110	8.000	60				
carvão (vazio)	110	1.700	70				

7 Considerações Finais

Considerando a expressão do desgaste (11), obtemos o valor ótimo da sobrelevação, o qual é definido como aquele que minimiza $D(h_s)$, obedecendo evidentemente às restrições para $\gamma_i(s)$ e γ_i referidas anteriormente.

Pode ser observado que o método aqui apresentado permite obter facilmente conclusões sobre as interdependências existentes entre a sobrelevação e os outros parâmetros da via.

8 Referências

ACMinas Disponível em: < <http://www.acminas.com.br/T/noticias/noticias.php?arq=20047196.html>>. Acesso em maio de 2004.

ANTF-Associação Nacional dos Transportes Ferroviários. Disponível em < http://www.antf.org.br/4_3faq.htm>. Acesso em maio de 2004.

BEZERRA COÊLHO, A. et al. *Desgaste de trilhos*. Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 1982.

NOVAES, A. G. *Métodos de otimização, aplicações aos transportes*. São Paulo: Edgard Blücher, 1978.

PACHECO DE CARVALHO, M. *Curso de Estradas, estudos, projetos e locação de ferrovias*. 2 ed. Rio de Janeiro: Ed. Científica, 1973. v.1.

SCHRAMM, G. *A geometria da via permanente*. Porto Alegre: Meridional Emma, 1974.

SOBRE OS AUTORES

Marcelo Pinheiro Klein

Bacharel em matemática pela Universidade Federal do Ceará (1966). Mestre em matemática pela Universidade Federal do Ceará (1968). Doutor em matemática pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada(IMPA)-Rio de Janeiro (1976). Estágio de pós-doutorado no Laboratoire d'Analyse Numerique et Optimization-Université de Sciences et Technologies de Lille-França(1992). Pesquisador bolsista do CNPq na Fundação Cearense de Meteorologia-FUNCEME (1993-1995) Professor Emérito da Universidade Federal do Ceará. Atualmente é professor titular da Universidade de Fortaleza-UNIFOR.

Leon Sinay

Bacharel em matemática pelo Instituto de Matemática, Astronomia y Física da Universidade de Córdoba-Argentina.(1971) M.Sc pelo Courant Institute of Mathematical Sciences-New York University-USA(1974). Ph.D. em matemática pelo Courant Institute of Mathematical Sciences-New York University-USA(1978). Pós-doutorado no Applied Mechanics and Engineering Sciences-University of California at San Diego,CA-USA (1989-1991). Atualmente é Pesquisador Titular III do Laboratório Nacional de Computação Científica LNCC/MCT-Rio de Janeiro.