

Processamento largamente linear adaptativo em sistemas MIMO

Francisco José Alves de Aquino

fcoalves_aq@ifce.edu.br
Instituto Federal de
Educação, Ciência e
Tecnologia do Ceará

Resumo

Sistemas de comunicações sem fio empregando duas ou mais antenas transmissoras e com uma ou mais antenas receptoras têm se destacado nos últimos anos. Existem várias razões para isto estar ocorrendo, entre elas: a demanda cada vez maior por alta taxa de dados, maior mobilidade do usuário, a busca por uma maior eficiência espectral e melhor qualidade de serviço (QoS – quality of service). A diversidade espacial proporcionada pelo uso de múltiplas antenas pode combater eficientemente desvanecimentos profundos provocados pelo canal de comunicação radiomóvel. A análise e descrição de canais MIMO (Multiple Input, Multiple Output) é bem mais complexa quando comparada a sistemas SISO (Single Input, Single Output), pois podemos ter $N_T (> 1)$ antenas transmissoras e $N_R (> 1)$ antenas receptoras, e no total teremos $N_T \times N_R$ canais. Neste artigo, focaremos a aplicação do processamento largamente linear (LL) em sistemas MISO (Multiple Input, Single Output) e MIMO, em especial na configuração proposta por Alamouti. Neste artigo apresentamos uma proposta de baixo custo computacional que usa o processamento LL em um sistema MIMO composto por duas antenas transmissoras e duas antenas receptoras. Os resultados de simulação confirmam a viabilidade da proposta.

Palavras-chave: Sistema de comunicação. Processamento largamente linear. Sistemas MIMO.

Abstract

Wireless communication systems using two or more transmit antennas and one or more receiving antennas have emerged in recent years. There are several reasons for this to be occurring, including: the increasing demand for high data rate, high user mobility, the search for greater spectral efficiency and better quality of service (QoS). The space diversity provided by the use of multiple antennas can effectively combat deep fading caused by wireless communication channel. The analysis and description of MIMO (Multiple Input, Multiple Output) channels is much more complex when compared to SISO (Single Input, Single Output) systems because we have $N_T (> 1)$ antennas and $N_R (> 1)$ receiving antennas and in total we have $N_T \times N_R$ channels. In this paper we will focus on the application of widely linear (WL) processing systems MISO (Multiple Input, Single Output) and MIMO, especially in the form proposed by Alamouti. This paper presents a proposal for a low-cost computer that uses the WL processing in a MIMO system consisting of two antennas and two receive antennas. The simulation results confirm the effectiveness of this scheme.

Keywords: Communications systems. Widely linear processing. MIMO systems

1 Introdução

Atualmente, existe uma demanda crescente por alta taxa de dados em sistemas de comunicação sem fio. Essas altas taxas de dados podem ser alcançadas com o emprego de duas ou mais antenas transmissoras e uma ou mais antenas receptoras. As exigências de maior eficiência espectral e de qualidade de serviço (QoS – *quality of service*), também têm impulsionado o desenvolvimento de sistemas usando múltiplas antenas. Além disso, o emprego de várias antenas nos sistemas de comunicação pode combater de forma eficiente flutuações aleatórias no nível do sinal recebido, conhecido como desvanecimento, quando a comunicação não possui linha de visada direta (*Non-Line-of-Sight* - NLOS).

A codificação espaço-temporal foi introduzida com o objetivo de combater o desvanecimento, via diversidade, em situações onde são empregadas múltiplas antenas transmissoras e somente uma antena receptora (sistema MISO - *Multiple Input, Single Output*). Este caso ocorre frequentemente na transmissão entre uma estação base e um receptor móvel. Na literatura, os códigos espaço-temporais de treliça (STTC - *space-time trellis code*) propostos por Tarokh et al. (1998) e os códigos espaço-temporais de bloco (STBC - *space-time block code*) propostos por Guey et al. (1996), Alamouti (1998), Tarokh et al. (1999), Hassibi e Hochwald (2002), entre outros, foram originalmente projetados para cenários de desvanecimento plano e diversidade somente na transmissão. Quando a codificação espaço-temporal é empregada em canais com desvanecimento seletivo em frequência e são usados os receptores padrões para canal plano, ocorre um *error floor*, isto é, mesmo quando a relação sinal-ruído tende ao infinito a taxa de erro de bit não se anula, mas tende a um valor constante maior que zero (GONG e LETAIEF, 2000). Neste caso, a equalização do canal é necessária para melhorar o desempenho do sistema.

A análise e descrição de canais MIMO (*Multiple Input, Single Output*) é bem mais complexa quando comparada a sistemas SISO (*Single Input, Single Output*), pois podemos ter $N_T (> 1)$ antenas transmissoras e $N_R (> 1)$ antenas receptoras, e no total teremos $N_T \times N_R$ canais. A Figura 1 ilustra as diferentes configurações de antenas para sistemas de comunicação sem fio, incluindo a configuração SIMO (*Single Input, Multiple Output*).

É importante destacar que o uso de múltiplas antenas pode aumentar consideravelmente a capacidade de canal em relação aos sistemas que empregam apenas uma antena na recepção e/ou transmissão. Em outras palavras, em um sistema MIMO é possível a obtenção de altas taxas de transmissão de dados em canais com desvanecimento se os parâmetros dos canais puderem ser estimados no receptor e se os subcanais entre os diferentes pares de antenas forem independentes (TELATAR, 1999; STERLE, 2005).

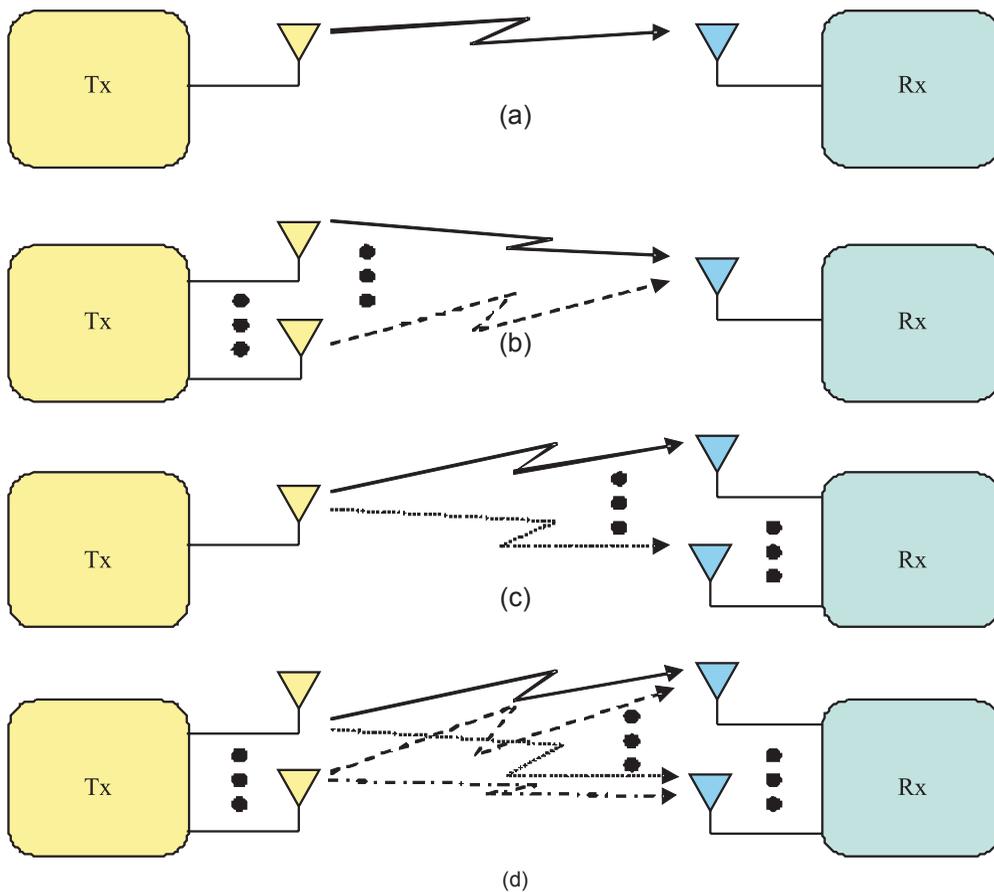


Figura 1: Configuração de antenas em sistemas sem fio: (a) sistema SISO, (b) sistema MISO, (c) sistema SIMO, (d) sistema MIMO.

Se a separação entre as antenas for suficiente, estes canais podem ser considerados decorrelacionados. Contudo, esta hipótese nem sempre é válida, em especial no caso de sistemas sem fio de banda larga (XIAO et al., 2003). Os subcanais de um sistema MIMO podem apresentar correlação temporal. O impacto dessa interdependência entre os canais causa uma redução nos benefícios esperados pelo emprego de múltiplas antenas, como, por exemplo, uma capacidade de canal menor (SHIU et al., 2000).

Neste artigo, focaremos a aplicação do processamento largamente linear (LL) em sistemas MISO e MIMO, em especial na configuração proposta por Alamouti (1998). Inicialmente, descrevemos um sistema MIMO discreto e uma forma de realizar a estimativa do estado do canal (CSI – *channel state information*), sem levar em conta o processamento LL. Em seguida, apresentamos um resumo de Gerstacker *et al.* (2004), que aplica o processamento LL ao esquema Alamouti. A seção seguinte traz um resumo sobre uma extensão simples do caso de equalização LL de sistemas SISO para sistemas MIMO baseada em Matterna *et al.* (2003). Em seguida, apresentamos uma proposta de baixo custo computacional que, usa o processamento LL em um sistema MIMO composto por duas antenas transmissoras e duas antenas receptoras. Na sequência, mostramos diversos resultados de simulação. Finalmente, na última seção, incluímos os comentários e conclusões do artigo.

2 Metodologia: modelo discreto de um sistema MIMO

Nesta seção descrevemos um modelo linear para o canal MIMO. Uma descrição mais detalhada sobre o modelo do canal MIMO e as implicações na capacidade de canal podem ser encontradas na tese de doutorado de Sterle (2005). Uma outra visão é apresentada por Paul e Ogunfunmi (2008) que, de forma simples e didática, mostra os aspectos mais relevantes sobre o canal MIMO, tendo em vista o padrão IEEE 802.11n para ambientes internos. Uma outra referência importante é o trabalho de Paulraj *et al.* (2004). A Figura 2 ilustra o caso de um sistema MIMO com 6 antenas, evidenciando os subcanais resultantes.

Seguindo a literatura, vamos considerar que todos os subcanais envolvidos em um sistema MIMO tenham ordem L , e sejam essencialmente constantes durante a transmissão de certo número de símbolos (DING e LI, 2001). Isto é uma suposição razoável já que a duração T_s de um símbolo é pequena quando comparada com a taxa de variação em um canal sem fio (TAROKH et al., 1998). Assim, podemos descrever o canal $\mathbf{h}_{ij}(z)$ (caminho entre a antena receptora i e a antena transmissora j) por:

$$\mathbf{h}_j(z) = \sum_{n=0}^L h_{j,n} z^{-n}, \quad (1)$$

ou, usando a notação vetorial, $\mathbf{h}_{ij} = [h_{ij,0} \ h_{ij,1} \ \dots \ h_{ij,L}]^T$.

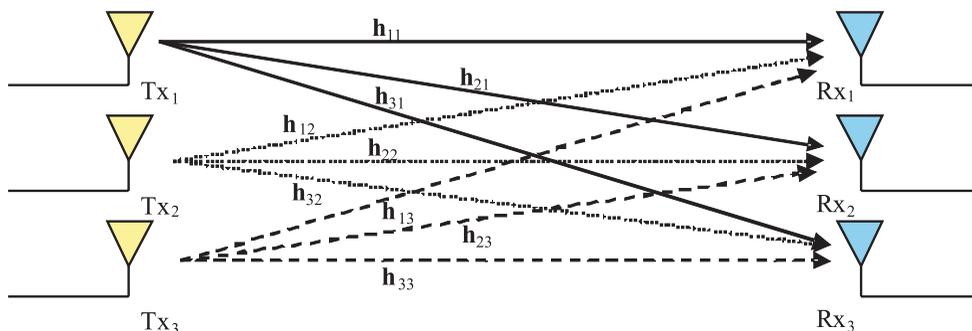


Figura 2: Sistema MIMO com 3 antenas transmissoras e 3 antenas receptoras.

A antena transmissora j envia o símbolo $a_j[k]$ no instante k . Também podemos considerar que os símbolos $a_j[k]$ pertencem a uma dada constelação e são independentes dos símbolos transmitidos por outras antenas transmissoras.

Também podemos assumir que os símbolos transmitidos têm média nula e possuem idêntica variância σ_a^2 (DING e LI, 2001). Assim, o sinal recebido pela antena receptora i no instante k pode ser expresso por

$$r_i[k] = \sum_{n=0}^L h_{i1,n} a_1[k-n] + \sum_{n=0}^L h_{i2,n} a_2[k-n] + \dots + \sum_{n=0}^L h_{iN_T,n} a_{N_T}[k-n] + \eta_i[k] \quad (2)$$

onde $\eta_i[k]$ é o ruído presente na antena receptora i no instante k . Podemos expressar (2) de forma mais compacta, usando uma notação vetorial:

$$r_i[k] = \mathbf{h}_{i1}^T \mathbf{a}_1[k] + \mathbf{h}_{i2}^T \mathbf{a}_2[k] + \dots + \mathbf{h}_{iN_T}^T \mathbf{a}_{N_T}[k] + \eta_i[k] \quad (3)$$

$$r_i[k] = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{i1}^T & \mathbf{h}_{i2}^T & \dots & \mathbf{h}_{iN_T}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1[k] \\ \vdots \\ \mathbf{a}_{N_T}[k] \end{bmatrix} + \eta_i[k],$$

onde $\mathbf{a}_j[k] = [a_j[k], a_j[k-1], \dots, a_j[k-L]]^T$. Finalmente, podemos escrever a relação entrada-saída deste sistema MIMO como

$$\mathbf{r}[k] = \mathbf{H}\mathbf{A}[k] + \boldsymbol{\eta}[k], \quad (4)$$

onde

$$\mathbf{r}[k] = \begin{bmatrix} r_1[k] \\ r_2[k] \\ \vdots \\ r_{N_R}[k] \end{bmatrix}, \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{11}^T & \mathbf{h}_{12}^T & \dots & \mathbf{h}_{1N_T}^T \\ \mathbf{h}_{21}^T & \mathbf{h}_{22}^T & \dots & \mathbf{h}_{2N_T}^T \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{h}_{N_R1}^T & \mathbf{h}_{N_R2}^T & \dots & \mathbf{h}_{N_RN_T}^T \end{bmatrix}, \mathbf{A}[k] = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1[k] \\ \mathbf{a}_2[k] \\ \vdots \\ \mathbf{a}_{N_T}[k] \end{bmatrix} \text{ e } \boldsymbol{\eta}[k] = \begin{bmatrix} \eta_1[k] \\ \eta_2[k] \\ \vdots \\ \eta_{N_R}[k] \end{bmatrix}.$$

Se tivermos uma sequência de treinamento disponível, como é o caso, por exemplo, do sistema TDMA (*Time Division Multiple Access*), é possível calcularmos uma estimativa do estado do canal. Para isto, devemos armazenar P amostras recebidas por cada uma das antenas receptoras. A notação indicada em (4) não é conveniente para este cálculo, e podemos modificar a relação de entrada-saída para (LI et al., 2001):

$$\mathbf{r}_t[k] = \tilde{\mathbf{A}}[k]\mathbf{H}_t + \boldsymbol{\eta}[k], \quad (5)$$

onde $\mathbf{H}_t = [\mathbf{h}_{11}^T \mathbf{h}_{12}^T \dots \mathbf{h}_{1N_T}^T \mathbf{h}_{21}^T \mathbf{h}_{22}^T \dots \mathbf{h}_{2N_T}^T \dots \mathbf{h}_{N_R1}^T \mathbf{h}_{N_R2}^T \dots \mathbf{h}_{N_RN_T}^T]^T$ e $\tilde{\mathbf{A}}[k]$ é expresso por

$$\tilde{\mathbf{A}}[k] = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{a}}_1 & \dots & \tilde{\mathbf{a}}_{N_T} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \tilde{\mathbf{a}}_1 & \dots & \tilde{\mathbf{a}}_{N_T} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & \tilde{\mathbf{a}}_1 & \dots & \tilde{\mathbf{a}}_{N_T} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \tilde{\mathbf{a}}_1 & \dots & \tilde{\mathbf{a}}_{N_T} \end{bmatrix}$$

a ordem de $\tilde{\mathbf{A}}[k]$ é $N_R P \times N_R N_T (L+1)$, e cada $\tilde{\mathbf{a}}_j[k]$ é uma matriz $P \times (L+1)$ da forma

$$\tilde{\mathbf{a}}_j[k] = \begin{bmatrix} a_j[k-P+1] & \dots & a_j[k-L-P+1] \\ a_j[k-P+2] & \dots & a_j[k-L-P+2] \\ \vdots & \dots & \vdots \\ a_j[k] & \dots & a_j[k-L] \end{bmatrix}$$

Podemos obter uma estimativa de \mathbf{H}_t pela minimização da função custo

$$\hat{\mathbf{H}}_t = \arg \min_{\mathbf{H}_t} \left\{ \left\| \mathbf{r}_t[k] - \tilde{\mathbf{A}}[k] \mathbf{H}_t \right\|^2 \right\}, \quad (6)$$

que resulta em

$$\hat{\mathbf{H}}_t = \left(\tilde{\mathbf{A}}^H[k] \tilde{\mathbf{A}}[k] \right)^{-1} \tilde{\mathbf{A}}^H[k] \mathbf{r}_t[k]. \quad (7)$$

Para que tenhamos a existência da pseudo-inversa em (7) e uma solução única para este problema de mínimos quadrados, a matriz $\tilde{\mathbf{A}}[k]$ deve ter posto de coluna completo, isto é, $P \geq N_T(L+1)$, Li et al. (2001).

A relação entrada-saída de um sistema MIMO com N_T antenas transmissoras e N_R antenas receptoras também pode ser representada por (DING e LI, 2001):

$$\mathbf{r}[k] = \sum_{i=0}^L \mathbf{H}[i] \mathbf{a}[k-i] + \boldsymbol{\eta}[k] \quad (8)$$

sendo $\mathbf{H}[i]$ uma matriz $N_R \times N_T$ representando a resposta ao impulso do canal e o vetor coluna $\mathbf{a}[k] = [a_1[k], \dots, a_{N_T}[k]]^T$ denota os símbolos transmitidos no instante k . Podemos coletar P amostras e reescrever (8) como:

$$\mathbf{r}_p[k] = \mathbf{T}_p(\mathbf{H}) \mathbf{a}_p[k] + \boldsymbol{\eta}_p[k] \quad (9)$$

onde

$$\mathbf{a}_p[k] = \begin{bmatrix} \mathbf{a}[k] \\ \mathbf{a}[k-1] \\ \vdots \\ \mathbf{a}[k-L-P] \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\eta}_p[k] = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}[k] \\ \boldsymbol{\eta}[k-1] \\ \vdots \\ \boldsymbol{\eta}[k-L-P] \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}[i] = \begin{bmatrix} h_{11,i} & h_{12,i} & \dots & h_{1N_T,i} \\ h_{21,i} & h_{22,i} & \dots & h_{2N_T,i} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ h_{N_R1,i} & h_{N_R2,i} & \dots & h_{N_R N_T,i} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{T}_p(\mathbf{H}) = \begin{bmatrix} \mathbf{H}[0] & \mathbf{H}[1] & \dots & \mathbf{H}[L] & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}[0] & \mathbf{H}[1] & \dots & \mathbf{H}[L] & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{L} & \mathbf{0} & \mathbf{H}[0] & \mathbf{H}[1] & \dots & \mathbf{H}[L] \end{bmatrix}.$$

A matriz $\mathbf{T}_p(\mathbf{H})$ é Toeplitz por blocos e tem dimensão $(P+1)N_R \times (P+L+1)N_T$. Podemos fazer a seguinte observação: para que o sistema em (9) permita a recuperação cega da informação transmitida usando somente as estatísticas de segunda ordem, a matriz $\mathbf{T}_p(\mathbf{H})$ precisa ter posto de coluna completo e conseqüentemente $N_R (P+L+1)N_T / (P+1)$, ou seja, $N_R > N_T$ e o número de observações precisa ser $P ((N_T(L+1) - N_R) / (N_R - N_T))$. Na Figura 3 representamos na forma de um diagrama de blocos o sistema MIMO descrito por (9). Nessa figura, z^{-1} representa um atraso unitário de bloco.

3 Equalização LL para STBC

Nesta seção, iremos considerar o caso de diversidade na transmissão ($N_T = 2$) e o uso do código espaço-temporal de bloco proposto por Alamouti (1998) combinado com o processamento LL para a equalização de um canal com desvanecimento seletivo em frequência. A Figura 4 mostra o modelo deste esquema e na Figura 5 é mostrado o esquema geral do equalizador MIMO largamente linear.

Note que na Figura 4 o fluxo de dados é dividido em dois ramos, em cada ramo temos a metade da taxa de símbolos ($\mu = k/2, k$ par; $\mu = (k-1)/2, k$ ímpar). A codificação Alamouti completa essa taxa de dados com o conjugado complexo do sinal a ser transmitido pelas duas antenas transmissoras. No final, a taxa é de um símbolo por intervalo de modulação (taxa unitária).

Já na Figura 5, o símbolo $\lfloor \downarrow 2 \rfloor$ significa uma subamostragem (*downsample*) e z^{-1} é um atraso unitário. Note que a combinação das duas primeiras operações faz com que o equalizador LL possa trabalhar com as amostras pares e ímpares do sinal recebido. O sinal discreto recebido pode ser escrito como:

$$r[k] = \sum_{i=1}^2 \sum_{\ell=0}^L h_{i,\ell} s_i[k-\ell] + \eta[k], \tag{10}$$

onde $h_{i,\ell}$ indica a resposta ao impulso discreta causal do canal entre a antena transmissora $i, i \in \{1, 2\}$ e a antena receptora, de ordem (no máximo) igual a L , incluindo os efeitos dos filtros de transmissão e recepção. Estaremos assumindo que estes subcanais são estatisticamente independentes e aproximadamente constantes durante a transmissão de um bloco de símbolos. O ruído AWGN (*additive white Gaussian noise*) é representado por $\eta[k]$ e sua variância é σ_η^2 . Agrupando os sinais transmitidos e os subcanais em vetores, (10) pode ser reescrita como:

$$r[k] = \sum_{\ell=0}^L \mathbf{H}[\ell] \mathbf{s}[k-\ell] + \eta[k], \tag{11}$$

onde $\mathbf{s}[k] \equiv [s_1[k] \ s_2[k]]^T$ e $\mathbf{H}[\ell] \equiv [h_1[\ell] \ h_2[\ell]]^T$. A matriz de transferência do canal (transformada z da matriz de resposta ao impulso do canal) pode ser calculada por:

$$\mathbf{H}(z) = \sum_{\ell=0}^L \mathbf{H}[\ell] z^{-\ell} \tag{12}$$

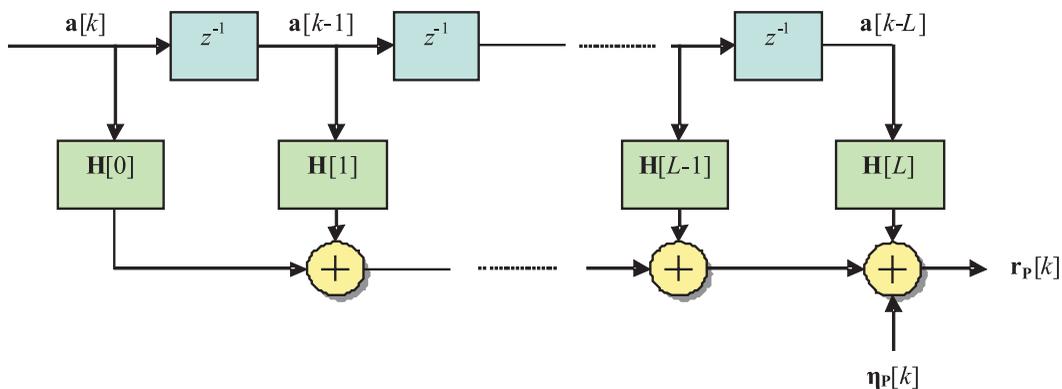


Figura 3: Diagrama de blocos de um canal MIMO de ordem L , modificado de Sterle (2005).

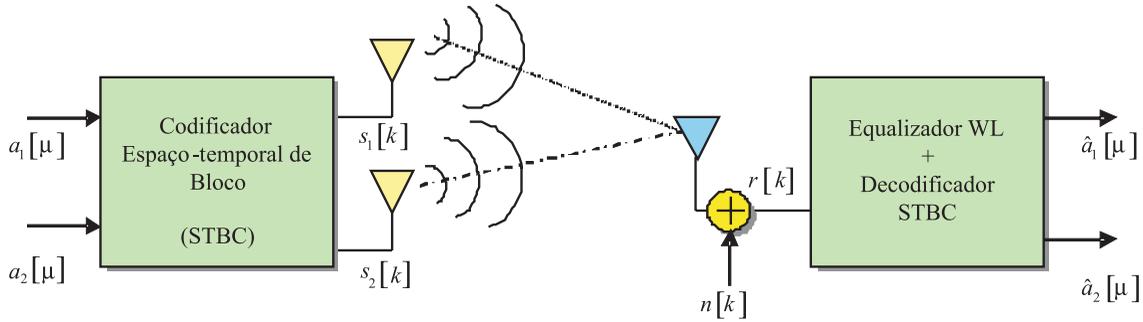


Figura 4: Modelo de transmissão STBC em canal seletivo (uma antena receptora), adaptado de GERSTACKER et al. (2004).

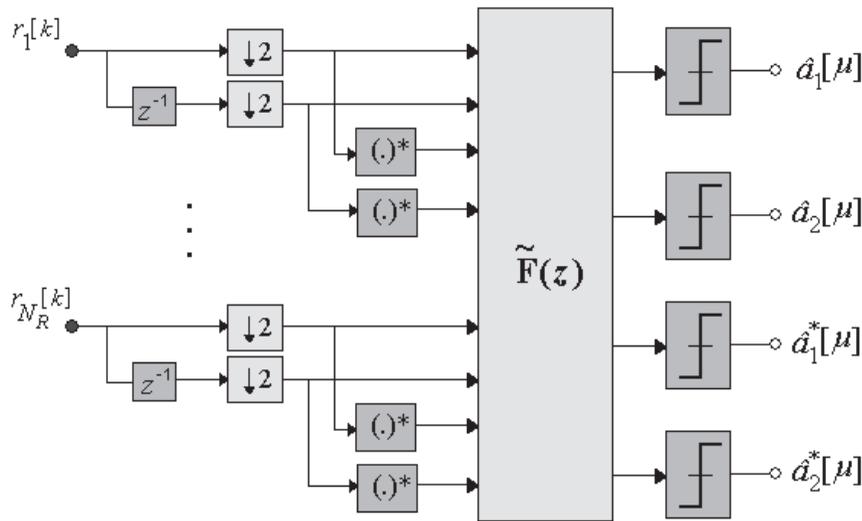


Figura 5: Esboço do equalizador LL para o esquema Alamouti (N_R antenas receptoras), adaptado de GERSTACKER et al. (2004).

3.1 Equalização LL-ZF

Em uma aproximação direta, a equalização e a decodificação podem ser realizadas separadamente. Inicialmente, a matriz do canal é equalizada para retirar a interferência entre símbolos (IES) temporal. Para o caso de uma equalização linear, isto pode ser conseguido pelo emprego de um filtro linear MIMO $N_T \times N_R$ com matriz de transferência $\mathbf{F}(z)$, cujos coeficientes usados seguem o critério ZF (*zero forcing*) ou MMSE (*minimum mean-square error*). A IES espacial é mantida na saída deste equalizador para garantir o ganho de diversidade na etapa de decodificação STB (AL-DHAHIR et al., 2001; CHOI e CIOFFI, 1999). Entretanto, um equalizador ZF estável é possível se e somente se (GERSTACKER et al., 2004):

$$\forall z \text{ com } |z|=1: \text{ o posto de } \mathbf{H}(z) = N_T. \tag{13}$$

Para esta situação, a matriz de transferência $\mathbf{F}(z)$ pode ser encontrada e é limitada pelo círculo de raio unitário (o que implica em estabilidade). Para o caso de diversidade apenas na transmissão ($N_T > 1, N_R = 1$), esta condição não pode ser satisfeita e a equalização ZF não pode ser usada. O desempenho de um equalizador MMSE é, usualmente, muito pobre quando não existe um equalizador ZF (TIDESTAV et al., 1999) e, portanto, esta forma de aproximação direta de equalização do canal falha. Neste ponto pode entrar o processamento LL.

Para trabalhar com o esquema Alamouti, o equalizador LL precisa operar com a entrada $r[k]$ e o seu conjugado em dois instantes sucessivos de tempo, como mostrado na Figura 5, para isso definimos o vetor polifásico

$$\tilde{\mathbf{r}}[\mu] \equiv [r[2\mu] \quad r[2\mu+1] \quad r^*[2\mu] \quad r^*[2\mu+1]]^T. \tag{14}$$

Cada sequência $\tilde{\mathbf{r}}[\cdot]$ representa um processo estacionário e podemos escrever

$$\tilde{\mathbf{r}}[\mu] = \sum_{\nu=0}^{\tilde{L}} \tilde{\mathbf{H}}[\nu] \tilde{\mathbf{a}}[\mu-\nu] + \tilde{\boldsymbol{\eta}}[\mu], \quad (15)$$

onde $\tilde{L} = \lceil L/2 \rceil$ e valem as seguintes definições:

$$\tilde{\mathbf{a}}[\mu] \equiv [a_1[\mu] \ a_2[\mu] \ a_1^*[\mu] \ a_2^*[\mu]]^T, \quad (16)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\eta}}[\mu] \equiv [\eta[2\mu] \ \eta[2\mu+1] \ \eta^*[2\mu] \ \eta^*[2\mu+1]]^T, \quad (17)$$

$$\tilde{\mathbf{H}}[\nu] \equiv \begin{bmatrix} h_1[2\nu] & h_2[2\nu] & h_2[2\nu-1] & -h_1[2\nu-1] \\ h_1[2\nu+1] & h_2[2\nu+1] & h_2[2\nu] & -h_1[2\nu] \\ h_2^*[2\nu-1] & -h_1^*[2\nu-1] & h_1^*[2\nu] & h_2^*[2\nu] \\ h_2^*[2\nu] & -h_1^*[2\nu] & h_1^*[2\nu+1] & h_2^*[2\nu+1] \end{bmatrix} \quad (18)$$

A equação (15) define um sistema MIMO com 4 entradas e 4 saídas ($4N_r \times 4$), com uma matriz de transferência dada por $\tilde{\mathbf{H}}(z) = \sum_{\nu=0}^{\tilde{L}} \tilde{\mathbf{H}}[\nu] z^{-\nu}$. Para todos os casos de interesse prático, as localizações dos zeros das diferentes entradas de $\tilde{\mathbf{H}}(z)$ são suficientemente separadas e fica (quase) certo que a condição (13) é satisfeita. Consequentemente, para qualquer número de antenas receptoras existirá uma matriz de transferência $\tilde{\mathbf{F}}(z)$. Para o caso específico de uma antena receptora e usando o critério ZF, podemos escrever:

$$\tilde{\mathbf{F}}(z) \tilde{\mathbf{H}}(z) = \mathbf{I}_{4 \times 4}, \quad (19)$$

$$\tilde{\mathbf{F}}(z) = \tilde{\mathbf{H}}^{-1}(z). \quad (20)$$

Se $\tilde{\mathbf{H}}(z)$ não possuir zeros sobre o círculo de raio unitário, $\tilde{\mathbf{F}}(z)$ poderá ser implementado por um filtro IIR (*infinite impulse response*) estável (mas possivelmente não causal). Caso $\tilde{\mathbf{H}}(z)$ tenha todos os zeros dentro do círculo de raio unitário (sistema de fase mínima), então $\tilde{\mathbf{F}}(z)$ será um equalizador estável e causal. Para esta condição, os coeficientes da matriz $\tilde{\mathbf{F}}[\nu]$ podem ser calculados por recursão (GERSTACKER et al., 2004):

$$\tilde{\mathbf{F}}[\nu] = -\tilde{\mathbf{H}}^{-1}[0] \sum_{\kappa=1}^{\nu} \tilde{\mathbf{H}}[\kappa] \tilde{\mathbf{F}}[\nu-\kappa], \quad \nu \geq 1, \quad (21)$$

com $\tilde{\mathbf{F}}[0] = \tilde{\mathbf{H}}^{-1}[0]$. Na prática, um filtro FIR (*finite impulse response*) de ordem suficientemente elevada pode ser usado como uma aproximação do critério ZF de acordo com (21).

Para o caso de mais de uma antena receptora, $\tilde{\mathbf{H}}[\nu] \equiv [\tilde{\mathbf{H}}_1^T[\nu] \ \dots \ \tilde{\mathbf{H}}_N^T[\nu]]^T$ e a matriz de equalização não será mais quadrada. Em geral, existe mais de uma solução ZF para esta condição. Um sistema indeterminado de equações lineares pode ser derivado da equação (19) para o cálculo dos coeficientes dos equalizadores ZF. A solução escolhida poderia ser a de norma mínima para reduzir a amplificação de ruído no caso de ruído branco na entrada (PAPADIAS e SLOCK, 1999). Para isto, deve ser calculada a pseudo-inversa de $\tilde{\mathbf{H}}(z)$. Em todo caso, como equalizadores ZF estão disponíveis, pode ser esperado que uma equalização seguindo o critério MMSE tenha bom desempenho.

3.2 Equalização LL-MMSE

Dado que um equalizador MIMO ZF existe, vamos concentrar a nossa atenção agora no cálculo de um equalizador FIR MMSE. Os coeficientes deste filtro (de ordem \tilde{q}_f)

$$\tilde{\mathbf{F}}(z) = \sum_{v=0}^{\tilde{q}_f} \tilde{\mathbf{F}}[v] z^{-v} \quad (22)$$

são otimizados para minimizar o traço de $E\{\tilde{\mathbf{e}}[\mu]\tilde{\mathbf{e}}^H[\mu]\}$, sendo o vetor de erro definido por

$$\tilde{\mathbf{e}}[\mu] \equiv \tilde{\mathbf{y}}[\mu] - \tilde{\mathbf{a}}[\mu - k_0], \quad (23)$$

onde $\tilde{\mathbf{y}}[\mu]$ é a saída do equalizador e k_0 é um atraso escolhido de acordo com as características dos canais. Sob essas condições, os coeficientes dos filtros ótimos são dados por (SHEN e DING, 2000):

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{F}}[0] & \tilde{\mathbf{F}}[1] & \dots & \tilde{\mathbf{F}}[\tilde{q}_f] \end{bmatrix}^H = \left(\tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{H}}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{4 \times (\tilde{q}_f + 1)} \right)^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s^T \tilde{\mathbf{H}}^T[k_0] & \mathbf{R}_s^T \tilde{\mathbf{H}}^T[k_0 - 1] & \dots & \mathbf{R}_s^T \tilde{\mathbf{H}}^T[k_0 - \tilde{q}_f] \end{bmatrix}^T, \quad (24)$$

onde $\tilde{\mathbf{H}}$ indica a matriz de convolução do canal, Toeplitz por blocos, de dimensão $(4N_R(\tilde{q}_h + 1)) \times (4(\tilde{q}_f + \tilde{q}_h + 1))$, definida por

$$\tilde{\mathbf{H}} \equiv \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}}[0] & \tilde{\mathbf{H}}[1] & \dots & \tilde{\mathbf{H}}[\tilde{q}_h] & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{H}}[0] & \tilde{\mathbf{H}}[1] & \dots & \tilde{\mathbf{H}}[\tilde{q}_h] & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{H}}[0] & \tilde{\mathbf{H}}[1] & \dots & \tilde{\mathbf{H}}[\tilde{q}_h] \end{bmatrix}, \quad (25)$$

e $\tilde{\mathbf{R}}$ é uma matriz com dimensão $(4(\tilde{q}_f + \tilde{q}_h + 1)) \times (4(\tilde{q}_f + \tilde{q}_h + 1))$ bloco diagonal cujos elementos da diagonal são dados por $\mathbf{R}_s = E\{\mathbf{s}[\mu]\mathbf{s}^H[\mu]\}$. Mattera et al. (2003) apresenta uma forma muito mais direta para a equalização LL de canais MIMO invariantes no tempo, que será detalhada na próxima seção.

3.3 Equalização MIMO direta

Na equalização MIMO proposta em Mattera *et al.* (2003), não é usado explicitamente nenhum esquema de codificação e os dados precisam ser não circulares, sendo mais uma simples extensão do esquema de equalização SISO apresentado por Gerstacker et al. (2004), como veremos a seguir. Neste esquema são usadas $N_T (> 1)$ antenas transmissoras e $N_R (> 1)$ antenas receptoras. Desta forma, considerando o canal com memória finita de comprimento L , a estimativa $\tilde{\mathbf{A}}[k]$ do vetor de dados transmitidos é realizada pela filtragem dos dados recebidos e do seu conjugado:

$$\tilde{\mathbf{A}}[k] = \sum_{\ell=0}^{N_f-1} \mathbf{F}_\ell^H \bullet \mathbf{r}[k - \ell] + \sum_{\ell=0}^{N_f-1} \mathbf{G}_\ell^H \bullet \mathbf{r}^*[k - \ell], \quad (26)$$

onde $\mathbf{r}[k]$ é o vetor com os dados recebidos (já definido em (4)), \mathbf{F}_ℓ^H e \mathbf{G}_ℓ^H são matrizes com dimensão $N_R \times N_T$, \bullet denota convolução, N_f é o número de coeficientes dos filtros MIMO $\mathbf{F}^H = [\mathbf{F}_0^H \quad \mathbf{F}_1^H \quad \dots \quad \mathbf{F}_{N_f-1}^H]$ e $\mathbf{G}^H = [\mathbf{G}_0^H \quad \mathbf{G}_1^H \quad \dots \quad \mathbf{G}_{N_f-1}^H]$. A expressão (26) pode ser escrita de forma mais compacta:

$$\tilde{\mathbf{A}}[k] = \mathbf{F}^H \bullet \tilde{\mathbf{r}}[k] + \mathbf{G}^H \bullet \tilde{\mathbf{r}}^*[k], \quad (27)$$

onde $\tilde{\mathbf{r}}[k] = [\mathbf{r}^T[k] \quad \mathbf{r}^T[k-1] \quad \dots \quad \mathbf{r}^T[k-N_f+1]]^T$. A saída do equalizador (27) estima o vetor transmitido $\mathbf{A}[k-k_0]$, onde $k_0 \geq 0$ é o atraso de processamento escolhido para minimizar o traço da matriz de correlação do erro $\mathbf{e}[k] = \mathbf{A}[k-k_0] - \hat{\mathbf{A}}[k]$.

Os filtros ótimos, segundo o critério MSE, são dados por Mattera *et al.* (2003):

$$\mathbf{F} = [\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{r}}} - \mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{r}}} \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{r}}}^{-1} \mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{r}}}^*]^{-1} [\mathbf{R}_{a\tilde{\mathbf{r}}}^H - \mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{r}}} \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{r}}}^{-1} \mathbf{R}_{a\tilde{\mathbf{r}}}^H] \tag{28}$$

$$\mathbf{G} = [\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{r}}} - \mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{r}}} \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{r}}}^{-1} \mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{r}}}^*]^{-1} [\mathbf{C}_{a\tilde{\mathbf{r}}}^T - \mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{r}}} \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{r}}}^{-1} \mathbf{C}_{a\tilde{\mathbf{r}}}^T]^*$$

onde $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{r}}} = E\{\tilde{\mathbf{r}}[k] \tilde{\mathbf{r}}^H[k]\}$, $\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{r}}} = E\{\tilde{\mathbf{r}}[k] \tilde{\mathbf{r}}^T[k]\}$, $\mathbf{R}_{a\tilde{\mathbf{r}}} = E\{\mathbf{A}[k-k_0] \tilde{\mathbf{r}}^H[k]\}$ e $\mathbf{C}_{a\tilde{\mathbf{r}}} = E\{\mathbf{A}[k-k_0] \tilde{\mathbf{r}}^T[k]\}$. Essas matrizes de correlação podem ser também expressas como função do canal MIMO, por exemplo, $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{r}}} = \mathbf{H} \mathbf{R}_a \mathbf{H}^H + \mathbf{R}_{\eta}$, onde \mathbf{R}_a é matriz de correlação dos dados transmitidos, \mathbf{R}_{η} é a matriz de correlação de ruído e \mathbf{H} é a matriz de convolução do canal.

A partir de (28), podemos perceber que se o sinal transmitido ($\mathbf{A}[k]$) e o sinal recebido ($\tilde{\mathbf{r}}[k]$) forem conjuntamente circulares, o equalizador LL irá degenerar em um equalizador estritamente linear. Isto pode ocorrer quando o vetor de dados transmitido for descorrelacionado e circular ($\mathbf{C}_a = E\{\mathbf{A}\mathbf{A}^T\} = \mathbf{0}$) e o ruído for branco.

Caso o vetor de dados transmitido seja formado por símbolos reais, então $\mathbf{R}_{a\tilde{\mathbf{r}}} = \mathbf{C}_{a\tilde{\mathbf{r}}}$ e, em consequência, $\mathbf{G} = \mathbf{F}^*$. Logo, o vetor estimado será $\hat{\mathbf{A}}[k] = 2\Re\{\mathbf{F}^H \tilde{\mathbf{r}}[k]\}$. Diferentemente do que ocorre em uma estimativa linear, a estimação LL ótima provê uma estimação de valores reais para o sinal recebido. Portanto, podemos concluir que o equalizador definido em (28) é uma extensão do equalizador SISO LL (GERSTACKER *et al.*, 2003).

4 Um método de equalização MIMO LL de baixa complexidade

Nessa seção propomos um método simples e de baixo custo computacional para equalização ZF ou MSE largamente linear de um canal MIMO. Não estaremos levando em conta qualquer codificação dos dados (Alamouti, por exemplo) e nos limitaremos a constelações do tipo M-PAM (Pulse Amplitude Modulation), BPSK (Binary Phase-Shift Keying) ou OQAM (Offset Quadrature Amplitude Modulation). Consideraremos, ainda, que existe uma sequência curta (no mínimo igual ao dobro do número de coeficientes de um subcanal) de dados disponíveis para treinamento e que o sistema possui duas antenas transmissoras e duas antenas receptoras. Nesse esquema proposto, a cada intervalo de tempo de símbolo são transmitidos dois símbolos distintos, um símbolo por cada antena transmissora. Temos, portanto, um ganho de duas vezes na taxa de transmissão de dados em relação ao esquema proposto por Alamouti. A Figura 6 ilustra o esquema proposto.

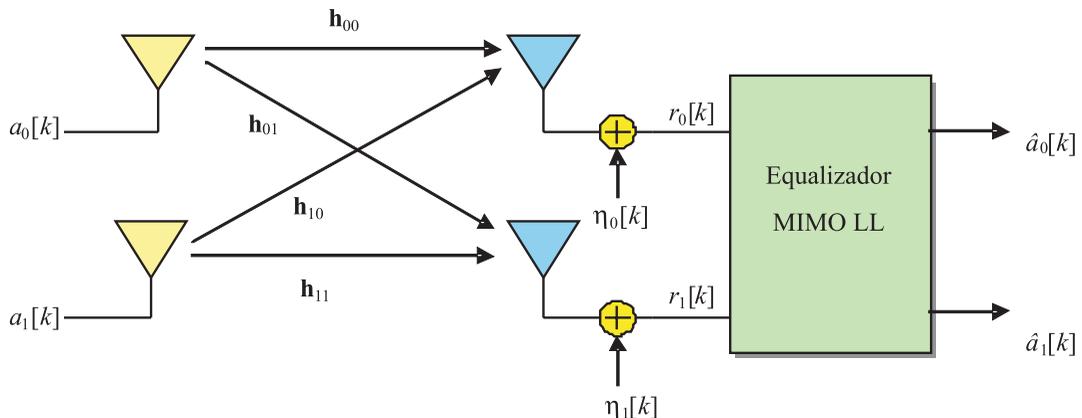


Figura 6: Esquema de equalização MIMO LL proposto.

4.1 Descrição do método de equalização proposto

Analisando as expressões de (5) a (9), verificamos que um sistema MIMO com duas antenas transmissoras e duas antenas receptoras não admite uma solução ZF. Entretanto, podemos verificar que para este mesmo sistema, usando o processamento LL, podemos encontrar uma solução ZF. Com o uso do processamento LL o número de antenas receptoras duplica, isto é, ao lado das antenas receptoras reais, teremos o mesmo número de antenas receptoras virtuais, pois agora teremos adicionalmente os canais h_{ij}^* . Estaremos, em todo esse procedimento, supondo que estes canais sejam primos entre si, isto é, não possuam zeros em comum.

Dessa forma, para o sistema MIMO 2x2 considerado, é suficiente coletarmos $P = 2(L+1)$ amostras, sendo L a ordem dos subcanais h_{ij} . Usando (7), calculamos uma estimativa ruidosa da matriz do canal H_t . Se a sequência de treinamento tiver mais que $2(L+1)$ amostras, então será possível calcular mais de uma estimativa para H_t e poderemos refinar o cálculo da matriz de canal estimada, usando a média dessas estimativas:

$$\hat{H}_t = (1/K) \sum_{i=1}^K \hat{H}_t^i, \quad (29)$$

sendo \hat{H}_t^i a i -ésima estimativa de H_t . Dessa forma, a estimativa resultante será menos sensível ao ruído. De posse dessa estimativa e usando a equação (9), podemos realizar uma equalização LL MIMO ZF do canal, tendo para isso que calcular a pseudo-inversa da matriz expandida de $T_p(H)$, expressa por:

$$\tilde{T}_p(H) = \begin{bmatrix} H_t[0] & H_t[1] & \dots & H_t[L] & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & H_t[0] & H_t[1] & \dots & H_t[L] & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & H_t[0] & H_t[1] & \dots & H_t[L] \\ H_t^*[0] & H_t^*[1] & \dots & H_t^*[L] & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & H_t^*[0] & H_t^*[1] & \dots & H_t^*[L] & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & H_t^*[0] & H_t^*[1] & \dots & H_t^*[L] \end{bmatrix} \quad (30)$$

Assim, podemos estimar os dados transmitidos por:

$$\begin{aligned} \tilde{r}_p[k] &= \tilde{T}_p(H) \tilde{a}_p[k] + \tilde{\eta}_p[k], \\ \mathbf{a}_p^E[k] &= (\tilde{T}_p(H))^+ \tilde{r}_p[k], \\ \mathbf{a}_p^E[k] &= \tilde{a}_p[k] + (\tilde{T}_p(H))^+ \tilde{\eta}_p[k], \end{aligned} \quad (31)$$

onde $\mathbf{a}_p^E[k]$ é o vetor de dados estimados, $\tilde{r}_p[k] = \begin{bmatrix} r_p[k] \\ r_p^*[k] \end{bmatrix}$, $\tilde{a}_p[k] = \begin{bmatrix} a_p[k] \\ a_p^*[k] \end{bmatrix}$ e $\tilde{\eta}_p[k] = \begin{bmatrix} \eta_p[k] \\ \eta_p^*[k] \end{bmatrix}$.

A maior ou menor amplificação do ruído vai depender do condicionamento da matriz expandida de $T_p(H)$. Para o caso de canais variantes no tempo, a estimativa do canal pode ser realizada no início da transmissão de cada bloco de dados. É fácil verificar que a estimação dos dados recebidos, segundo o critério MSE, pode ser expressa por:

$$\mathbf{a}_p^{E-MSE}[k] = \left(\tilde{T}_p(H) (\tilde{T}_p(H))^H + \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_a^2} \mathbf{I} \right)^{-1} (\tilde{T}_p(H))^H \tilde{r}_p[k].$$

4.2 Reduzindo a complexidade computacional e atraso de equalização

No método descrito acima, recuperamos um bloco de símbolos transmitidos ao custo de uma inversão matricial e sem levar em conta um possível atraso de equalização. Da mesma forma que um canal SISO, o canal MIMO também pode introduzir um atraso na recepção dos dados, gerando sinais precursores com baixa energia. É, por isso, conveniente escolher ou calcular um atraso de equalização de forma a obtermos uma menor amplificação de ruído no processo de equalização do canal e recuperação da informação transmitida.

Shen e Ding (2000) mostraram que o atraso pode escolhido como sendo igual à ordem dos subcanais já é suficiente para um desempenho razoável do equalizador. Na seção de resultados ilustraremos essa afirmação com um exemplo. Tendo em mente esses dois objetivos (redução da complexidade computacional e inclusão do atraso de equalização) podemos considerar as seguintes soluções para a recuperação da informação transmitida:

$$\begin{cases} \mathbf{a}_w^{E-ZF} [k] = \mathbf{W}_{ZF}^H \tilde{\mathbf{r}}_p [k], & \text{solução ZF,} \\ \mathbf{a}_w^{E-MSE} [k] = \mathbf{W}_{MSE}^H \tilde{\mathbf{r}}_p [k], & \text{solução MSE,} \end{cases} \quad (33)$$

sendo \mathbf{W}_{ZF}^H e \mathbf{W}_{MSE}^H matrizes com apenas duas linhas. Os vetores $\mathbf{a}_w^{E-ZF} [k]$ e $\mathbf{a}_w^{E-MSE} [k]$ possuem apenas dois elementos, idealmente $[a_1[k-\Delta], a_2[k-\Delta]]^T$, com Δ igual ao atraso de equalização desejado. As matrizes \mathbf{W}_{ZF}^H e \mathbf{W}_{MSE}^H são calculadas por:

$$\mathbf{W}_{ZF}^H = \mathbf{H}_\Delta^T (\tilde{\mathbf{T}}_p(\mathbf{H}))^+, \quad (34)$$

$$\mathbf{W}_{MSE}^H = \mathbf{H}_\Delta^T \left(\tilde{\mathbf{T}}_p(\mathbf{H}) (\tilde{\mathbf{T}}_p(\mathbf{H}))^H + \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_a^2} \mathbf{I} \right)^{-1} (\tilde{\mathbf{T}}_p(\mathbf{H}))^H,$$

onde a matriz $\mathbf{H}_\Delta^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}$ apresenta apenas dois elementos não nulos nas posições

(colunas) Δ (1ª linha) e $\Delta+1$ (2ª linha).

Finalmente, se considerarmos situações de alta mobilidade, nas quais o canal varia durante a transmissão de um bloco de dados, podemos usar um algoritmo do tipo LMS (*Least Mean Square*) para adaptarmos os coeficientes do equalizador MIMO:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_w^{E-X} [k] &= \mathbf{W}_X^H [k-1] \tilde{\mathbf{r}}_p [k], \\ \boldsymbol{\varepsilon} [k] &= \boldsymbol{\Psi} (\mathbf{a}_w^{E-X} [k]) - \mathbf{a}_w^{E-X} [k], \\ \mathbf{W}_X^H [k] &= \mathbf{W}_X^H [k-1] + \mu \boldsymbol{\varepsilon}^H [k] \tilde{\mathbf{r}}_p^H [k], \end{aligned} \quad (35)$$

onde a função $\boldsymbol{\Psi}(\cdot)$ denota um dispositivo de decisão ou, se o algoritmo estiver em fase de treinamento, o sinal desejado, $\boldsymbol{\varepsilon}[k]$ é o vetor de erro no instante k , \mathbf{W}_X^H indica \mathbf{W}_{ZF}^H ou \mathbf{W}_{MSE}^H , dependendo do critério utilizado para calcular o valor do equalizador na inicialização do algoritmo, $\mathbf{a}_w^{E-X} [k]$ é um vetor coluna contendo os símbolos estimados usando \mathbf{W}_X^H e μ é o passo de adaptação. O algoritmo proposto é sumarizado na Tabela 1.

Tabela 1: Algoritmo Proposto para Equalização MIMO LL

Passo 1 Estimação inicial do canal	<ul style="list-style-type: none"> • Receber um bloco de dados conhecidos de tamanho P; • estimar o canal MIMO usando (7) e (29); • escolher um atraso de equalização ; • calcular \mathbf{W}_{ZF} ou \mathbf{W}_{MSE} usando (34).
Passo 2 Equalização LL adaptativa usando decisão direta (DD)	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Algoritmo LMS (35):</i> $\mathbf{a}_w^{E-X}[k] = \mathbf{W}_X^H[k-1] \tilde{\mathbf{r}}_p[k],$ $\boldsymbol{\varepsilon}[k] = \boldsymbol{\Psi}(\mathbf{a}_w^{E-X}[k]) - \mathbf{a}_w^{E-X}[k],$ $\mathbf{W}_X^H[k] = \mathbf{W}_X^H[k-1] + \mu \boldsymbol{\varepsilon}[k] \tilde{\mathbf{r}}_p[k],$
Passo 3 Nova sequência de treinamento	<ul style="list-style-type: none"> • <i>No caso de uma sequência de treinamento periódica, voltar ao Passo 1</i>

Aqui cabe a seguinte observação: mesmo quando a relação sinal-ruído for baixa, o desempenho do equalizador MIMO LL proposto será essencialmente o mesmo, seja com o uso de \mathbf{W}_{ZF}^H ou \mathbf{W}_{MSE}^H . Isso ocorre pelo fato de que após algumas iterações usando o algoritmo LMS indicado em (35), \mathbf{W}_{ZF}^H e \mathbf{W}_{MSE}^H tenderão assumir valores numéricos semelhantes, mesmo partindo de valores iniciais distintos.

5 Resultados de simulação

Em todas as simulações a seguir, assumimos que as antenas são descorrelacionadas e existe um perfeito sincronismo entre receptor e transmissor. Para evidenciarmos apenas o desempenho do algoritmo de equalização proposto, não usaremos nenhum esquema de codificação de canal.

Exemplo 1: equalização de canal MIMO fixo. Neste exemplo, consideramos que os símbolos $a[k]$ (com média nula e variância $1/N_p$) pertencem a uma constelação BPSK e o ruído é AWGN. Neste exemplo não iremos usar a codificação Alamouti. Considere um sistema MIMO com 2 antenas transmissoras e 2 antenas receptoras cujos subcanais fixos são: $\mathbf{h}_{11} = [-0,6556 + 0,5048j; 0,0008 - 0,0040j; -0,0223 + 0,5611j]$, $\mathbf{h}_{12} = [0,3455 + 0,8684j; 0,0454 + 0,3023j; -0,1809 + 0,0138j]$, $\mathbf{h}_{21} = [-0,7194 - 0,2226j; 0,2662 + 0,3782j; -0,2024 + 0,4220j]$, $\mathbf{h}_{22} = [-0,9764 + 0,0918j; -0,1364 + 0,1045j; -0,0898 - 0,0237j]$. Como, para este sistema, $L = 2$ e $N_T = N_R = 2$, um cálculo da estimativa do sinal transmitido aplicando a pseudo-inversa de $\mathbf{T}_p(\mathbf{H})$ na equação (9) falharia. Entretanto, usando o processamento largamente linear poderíamos visualizar este sistema como tendo $N_R = 4$ antenas receptoras.

Para o cálculo de uma estimativa de $\hat{\mathbf{H}}_t$ usando (7), precisamos ter $P N_T(L + 1) = 6$ amostras. Logo, considerando a transmissão de seis símbolos independentes por cada antena transmissora (e de tal forma que a matriz $\tilde{\mathbf{A}}[k]$ em (5) tenha dimensão 12 por 12 e admita uma inversa), podemos estimar todos os subcanais \mathbf{h}_{ij} . Naturalmente que, na presença de ruído, essa estimativa pode ser refinada pela mediação de alguns blocos de P símbolos transmitidos.

Finalmente, com estes subcanais estimados podemos usar a matriz pseudo-inversa (também estimada) de $\tilde{\mathbf{T}}_p(\mathbf{H})$ para equalizar o canal MIMO e receber os dados subsequentes. Note que essa é uma estratégia de equalização MIMO de complexidade computacional relativamente baixa e usa tanto o processamento linear (na estimação de $\hat{\mathbf{H}}_t$) quanto o processamento LL (no cálculo da pseudo-inversa de $\tilde{\mathbf{T}}_p(\mathbf{H})$ e uso dos canais conjugados \mathbf{h}_{ij}^*). Lembramos novamente que esse procedimento exige que os subcanais de $\tilde{\mathbf{T}}_p(\mathbf{H})$ não tenham zeros em comum. Caso existisse algum zero “quase” comum, poderia haver uma grande amplificação do ruído.

Para o canal definido acima e $P = 6$, a matriz $\tilde{\mathbf{T}}_p(\mathbf{H})$ admite uma inversa e uma amplificação apenas moderada do ruído para o canal MIMO considerado.

A Figura 7 mostra os diagramas de olho dos sinais captados pelas antenas receptoras e os sinais equalizados usando a matriz inversa de $\tilde{\mathbf{T}}_p(\mathbf{H})$ para uma relação sinal-ruído (SNR – *signal-to-noise ratio*) de 15 dB. Para o cálculo da taxa

de erro de bit (TEB) mostrado na Figura 8, consideramos a transmissão de 10 blocos independentes de dados com 50.000 símbolos (bits) cada, sendo 25.000 símbolos para cada antena. No início de cada bloco era feita uma estimação do canal para a curva “**H** estimado” usando as expressões (7), (29) a (31).

Exemplo 2: TEB x atraso de equalização para um canal MIMO fixo. Neste exemplo, assumimos que os símbolos transmitidos $a[k]$ pertencem a uma constelação 4-PAM, o canal é perfeitamente conhecido no receptor e a relação sinal-ruído é de 18 dB. Os canais estão indicados na Tabela 2, todos eles são de fase mista. A estrutura $\mathbf{T}_p(\mathbf{H})$ usada foi

$$\mathbf{T}_p(\mathbf{H}) = \begin{bmatrix} \mathbf{H}[0] & \mathbf{H}[1] & \mathbf{H}[2] & \mathbf{H}[3] & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}[0] & \mathbf{H}[1] & \mathbf{H}[2] & \mathbf{H}[3] & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}[0] & \mathbf{H}[1] & \mathbf{H}[2] & \mathbf{H}[3] & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}[0] & \mathbf{H}[1] & \mathbf{H}[2] & \mathbf{H}[3] & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}[0] & \mathbf{H}[1] & \mathbf{H}[2] & \mathbf{H}[3] & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}[0] & \mathbf{H}[1] & \mathbf{H}[2] & \mathbf{H}[3] \end{bmatrix}$$

ou seja, é uma matriz 12x18, portanto, neste exemplo, estamos considerando a coleta de 12 símbolos para realizarmos a estimativa do sinal recebido, $\tilde{\mathbf{T}}_p(\mathbf{H})$ é uma matriz 24x18 e \mathbf{W}_{MSE}^H uma matriz 2x24. As matrizes consideradas neste exemplo poderiam ter dimensões menores (no mínimo a dimensão 4x10 para $\mathbf{T}_p(\mathbf{H})$), mas o desempenho do sistema, em termos de TEB, também seria inferior.

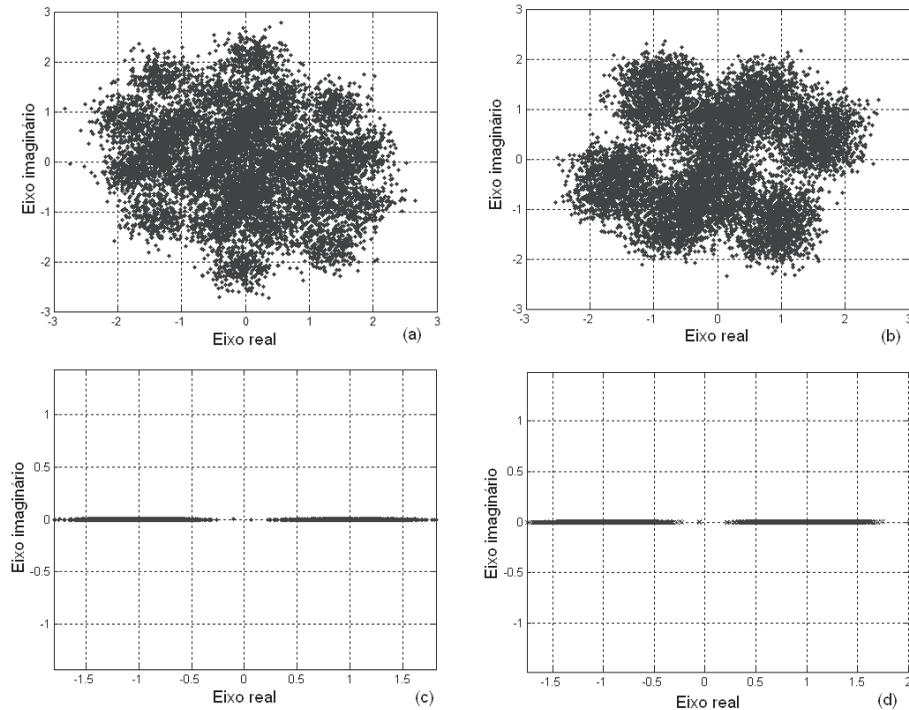


Figura 7: Equalização ZF de um canal MIMO fixo usando processamento largamente linear, (a) constelação na antena receptora 1, (b) constelação na antena receptora 2, (c) sinal equalizado na antena 1, (d) sinal equalizado na antena 2, SNR = 15 dB.

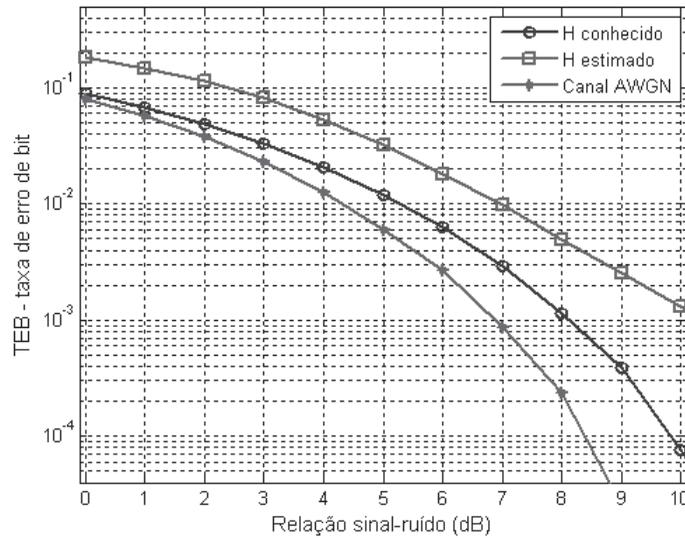


Figura 8: TEB para o canal MIMO fixo usando equalização ZF.

Tabela 2: Canais fixos para o exemplo 2

k	h_{00}	h_{01}	h_{10}	h_{11}
0	-0,2183 - 0,0639j	0,2451 - 0,1031j	0,1028 + 0,7026j	-0,1534 - 0,1226j
1	-0,2581 + 0,3812j	0,6524 - 0,4192j	0,0590 - 0,4284j	0,7542 - 0,1663j
2	-0,5124 - 0,3196j	-0,3139 - 0,2243j	0,4505 + 0,0671j	0,4240 - 0,2613j
3	-0,1797 - 0,5826j	-0,0728 + 0,4170j	0,0435 + 0,3153j	0,3203 - 0,1200j

Para o cálculo da TEB foram transmitidos 75.000 símbolos por cada antena transmissora e os resultados estão indicados na Figura 9. Nesta figura temos a TEB total do sistema e a TEB para cada antena receptora individualmente. É fácil percebermos que o desempenho individual de cada antena receptora é distinto, mas que as duas se beneficiam do atraso de equalização, sendo o atraso de quatro amostras o valor ótimo para este canal MIMO.

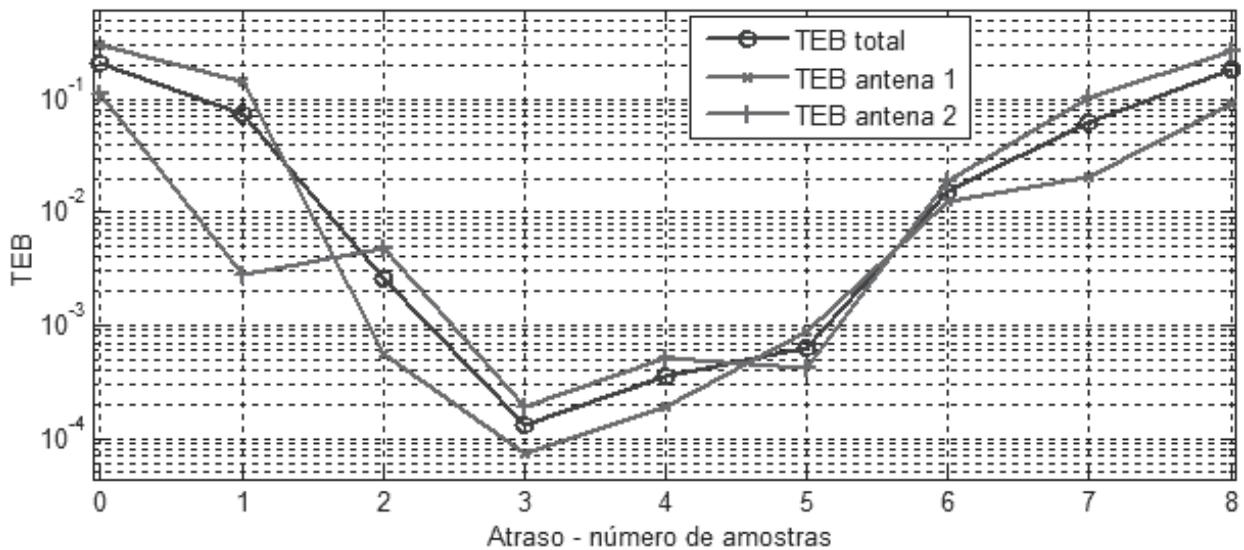


Figura 9: TEB para o sistema do exemplo 2, relação sinal-ruído de 18 dB.

Exemplo 3: Equalização para um canal MIMO Rayleigh¹. Neste exemplo, novamente consideramos que os símbolos $a[k]$ pertencem a uma constelação 4-PAM, são transmitidos por um canal MIMO do tipo Rayleigh a uma taxa de 2 símbolos por μs (1 símbolo/ μs /antena) e sofrem a interferência de um ruído AWGN. O perfil de potência dos subcanais está indicado na Tabela 3. Para a equalização deste canal, usamos o algoritmo da Tabela 1 e um atraso de equalização igual a três amostras. Para traçar as curvas de desempenho (TEB x SNR, figuras 10, 11, 12 e 13) consideramos a transmissão de blocos com 1000 símbolos, *Doppler* de 5Hz, 20Hz e 50Hz e as seguintes situações:

1. canal perfeitamente conhecido no início de cada bloco, critério MSE (ou ZF) e passo $\mu = 0$ (sem adaptação do equalizador entre blocos);
2. canal perfeitamente conhecido no início de cada bloco, critério MSE (ou ZF) e passo $\mu > 0$ (com adaptação do equalizador entre blocos);
3. canal estimado no início de cada bloco, critério MSE (ou ZF) e passo $\mu = 0$ (sem adaptação do equalizador entre blocos);
4. canal estimado no início de cada bloco, critério MSE (ou ZF) e passo $\mu > 0$ (com adaptação do equalizador entre blocos).

Na estimação do canal usamos um conjunto de 50 símbolos conhecidos no receptor e empregamos as equações (7) e (29) para calcular uma estimativa (média de 10 realizações) do canal no início da transmissão de cada bloco. Como esta estimativa é realizada na presença do ruído, podemos esperar que os resultados obtidos sejam piores em relação à situação do canal perfeitamente conhecido quando a relação sinal-ruído é baixa. Em todas as simulações apresentadas nas figuras a seguir, mediamos 30 realizações independentes do canal MIMO com a transmissão de 20 blocos em cada uma. Usamos um passo de adaptação diferente para cada *Doppler*, como indicado também na Tabela 3.

Analisando os resultados de simulação deste exemplo, figuras 10 a 13, como já era esperado, podemos observar a superioridade do critério MSE sobre o ZF e que é importante que o equalizador seja adaptativo para o desempenho adequado do sistema. Entretanto, quando o canal tem um *Doppler* significativo, o equalizador proposto não conseguiu evitar o efeito de *error floor*. Possivelmente, esse problema deve minimizar com o uso de um passo μ variável. Contudo, devemos lembrar que o canal pode passar por instantes onde dois ou mais subcanais tenham zeros (quase) comuns e, conseqüentemente, o equalizador pode amplificar consideravelmente o ruído, ocasionando rajadas de erros e, na média, um *error floor* nas curvas de TEB x SNR.

Tabela 3: Perfil do canal do exemplo 3.

Coefficiente	Atraso (μs)	Ganho (dB)	<i>Doppler</i>
1	0,00	0	5 Hz $\rightarrow \mu = 0,00015$
2	1,00	-3	20 Hz $\rightarrow \mu = 0,00060$
3	2,00	-6	50 Hz $\rightarrow \mu = 0,00130$

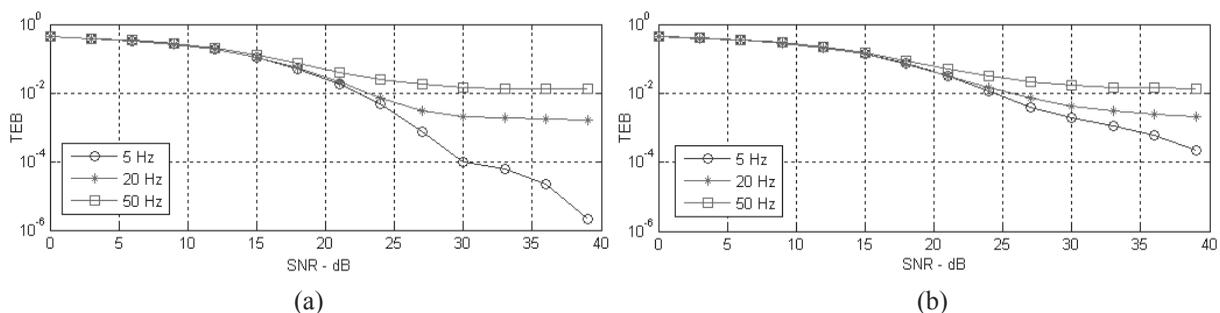


Figura 10: TEB em função da relação sinal-ruído e do Doppler, canal estimado no início do bloco e equalizador fixo durante a transmissão do bloco. (a) critério MSE, (b) critério ZF.

¹ Um canal com desvanecimento do tipo Rayleigh é um modelo estatístico para o canal de comunicação sem fio no qual o sinal recebido sofre alterações aleatórias. O sinal recebido pode ser modelado como a soma de componentes atrasados do sinal transmitido. Cada uma dessas componentes possui uma distribuição estatística do tipo Rayleigh. Para maiores detalhes sobre a modelagem do canal de comunicação sem fio, ver, por exemplo, Sarkar et al. (2003).

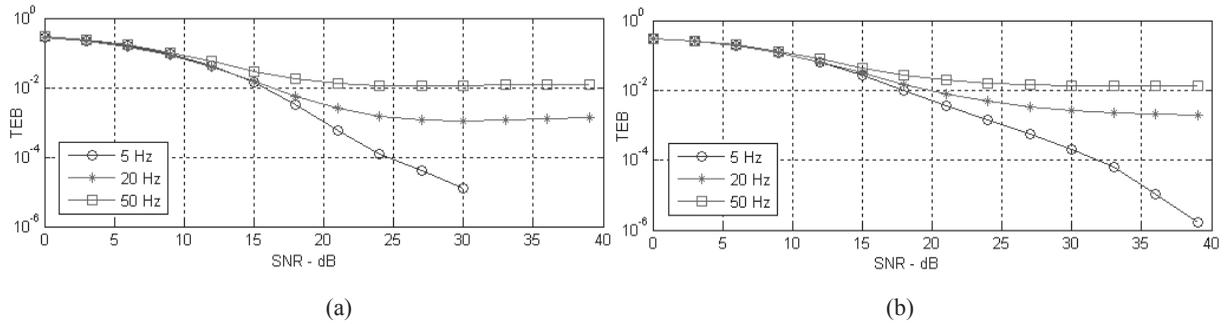


Figura 11: TEB em função da relação sinal-ruído e do Doppler, canal conhecido no início do bloco e equalizador fixo durante a transmissão do bloco. (a) critério MSE, (b) critério ZF.

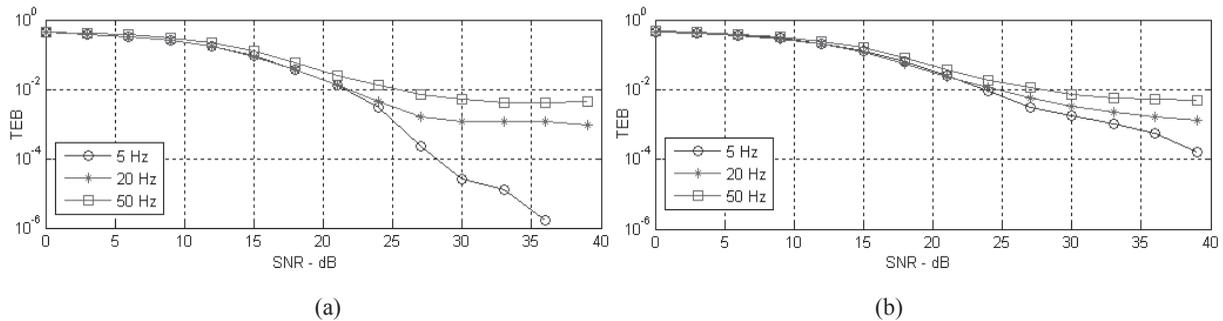


Figura 12: TEB em função da relação sinal-ruído e do Doppler, canal estimado no início do bloco e equalizador adaptativo. (a) critério MSE, (b) critério ZF.

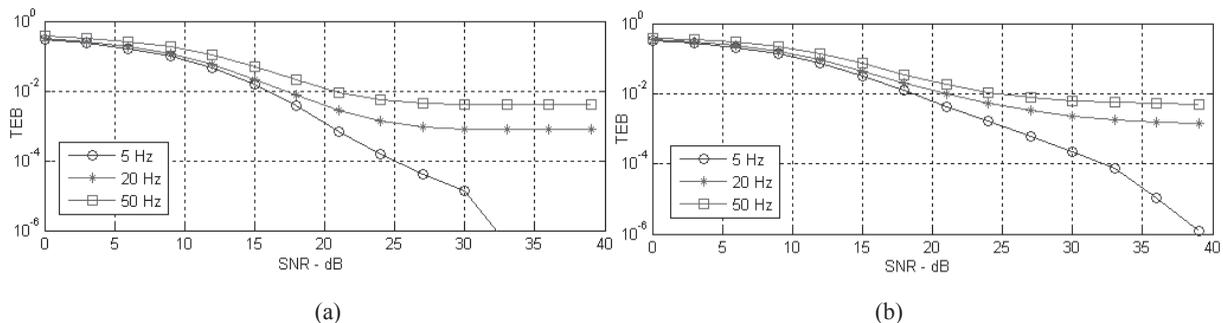


Figura 13: TEB em função da relação sinal-ruído e do Doppler, canal conhecido no início do bloco e equalizador adaptativo. (a) critério MSE, (b) critério ZF.

6 Conclusão

Neste artigo realizamos uma revisão bibliográfica sobre sistemas MIMO e apresentamos a aplicação de processamento LL em sistemas MISO e MIMO. Apresentamos uma descrição breve de sistemas MIMO com sua formulação matemática e uma forma de realizar a estimativa do estado do canal, sem levar em conta o processamento LL. Em seguida, apresentamos técnicas descritas na literatura que aplicam o processamento LL ao esquema Alamouti em sistemas MIMO.

Tendo por base essa revisão da literatura, apresentamos uma proposta de equalização MIMO LL adaptativa de baixo custo. Nessa proposta são empregadas duas antenas na transmissão e duas antenas na recepção do sinal. O algoritmo desenvolvido é do tipo LMS de passo fixo. Diferentemente do que ocorre no esquema Alamouti, no sistema proposto são transmitidos 2 símbolos a cada intervalo de modulação.

Realizamos inúmeras simulações computacionais para ilustrar o funcionamento do esquema proposto, incluindo o desempenho do sistema sob a influência do efeito Doppler. Como esperado, o critério MSE apresentou um desempenho superior ao critério ZF. Os resultados de simulação comprovam a viabilidade do algoritmo desenvolvido.

Agradecimentos

O autor agradece à leitura crítica feita pelo professor Dr. Carlos A. F. da Rocha de uma versão preliminar deste artigo, aos revisores pelas suas valiosas observações que muito contribuíram para a versão final deste trabalho e ao IFCE (Instituto Federal do Ceará) pelo apoio material.

Referências

- ALAMOUTI, S. M. A simple transmit diversity technique for wireless communications. *IEEE J. Select. Areas Commun.*, San Diego, CA, v. 8, n. 16, p. 1451-1458, Oct. 1998.
- AL-DHAHIR, N.; NAGUIB, A. F.; CALDERBANK, A. R. Finite-length MIMO decision-feedback equalization for space-time block-coded signals over multipath-fading channels. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, Waterloo, v. 50, p. 1176-1182, July 2001.
- CHOI, W.-J.; CIOFFI, J. M. Multiple input/multiple output (MIMO) equalization for space-time block coding. In: IEEE PACIFIC RIM CONFERENCE ON COMMUNICATIONS, COMPUTERS AND SIGNAL PROCESSING (PACRIM '99), Victoria, BC, Canadá. *Proceedings...* Victoria, BC: IEEE, 1999. p. 341-344.
- DING, Z.; LI, Y. *Blind Equalization and identification*. New York: Marcel Dekker, 2001.
- GERSTACKER, W. H.; SCHOBER, R.; LAMPE, A. Receivers with widely linear processing for frequency-selective channels. *IEEE Trans. on Communication*, Piscataway, v. 51, n. 9, p. 1512-1523, Sept. 2003.
- GERSTACKER, W. H. et al. Equalization concepts for Alamouti's space-time block code. *IEEE Trans. on Communication*, Piscataway, v. 52, n. 7, p. 1178-1190, July 2004.
- GONG, Y.; LETAIEF, K. B. Performance evaluation and analysis of space-time coding in unequalized multipath fading links. *IEEE Trans. on Communication*, Piscataway, v. 48, p. 1778-1782, Nov. 2000.
- GUEY, J.-C. et al. Signal design for transmitter diversity wireless communication systems over Rayleigh fading channels. In: IEEE PROCEEDINGS OF VEHICULAR TECHNOLOGY CONFERENCE, Atlanta, GA. *Proceedings...* Atlanta, GA: IEEE, 1996. p. 136-140.
- HASSIBI, B.; HOCHWALD, B. M. High-rate codes that are linear in space and time. *IEEE Trans. Inf. Theory*, Barcelona, v. 48, n. 3, p. 1804-1824, July 2002.
- LI, L.; YAO, Y.-D.; LI, H. Channel estimation and equalization for space-time block coded systems in frequency selective fading channels. In: IEEE GLOBAL TELECOMMUNICATIONS CONFERENCE, GLOBECOM'01, San Antonio, TX. *Proceedings...* San Antonio, TX: IEEE, 2001. v. 1, p. 300-304.
- MATTERA, D.; PAURA, L.; STERLE, F. Widely Linear decision-feedback equalizer for time-dispersive linear MIMO channels. *IEEE Trans. Signal Processing*, New York, v. 53, n. 7, p. 2525-2536, July 2005.
- PAPADIAS, C. B.; SLOCK, D. T. M. Fractionally spaced equalization of linear polyphase channels and related blind techniques based on multichannel linear prediction. *IEEE Trans. on Signal Processing*, New York, v. 47, p. 641-654, Mar. 1999.
- PAUL, T.; OGUNFUNMI, T. Wireless LAN comes of age: understanding the IEEE 802.11n Amendment. *IEEE Circuits and Systems Magazines*, Hong Kong, v. 8, n. 1, p. 28-54, Mar. 2008.
- PAULRAJ, A. J. et al. An overview of MIMO communications a key to gigabit wireless. *Proceedings of the IEEE*, Piscataway, v. 92, n. 2, p. 198-218, Feb. 2004.
- SARKAR, T. K. et al. Survey of various propagation models for mobile communication. *IEEE Antennas & Propagation Magazine*, San Diego, CA, v. 45, n. 3, p. 51-82, June 2003.
- SHEN, J.; DING, Z. Direct blind MMSE channel equalization based on second-order statistics. *IEEE Trans. Signal Processing*, New York, v. 48, p. 1015-1022, Apr. 2000.
- SHIU, D. S. et al. Fading correlation and its effect on the capacity of multielement antenna systems. *IEEE Trans. Commun.*, Piscataway, v. 48, p. 502-513, Mar. 2000.
- STERLE, F. *The Exploitation of widely linear filtering in MIMO communication systems*. 2005. 168 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica)- Università degli Studi di Napoli "Federico II", Nápolis, 2005.

TAROKH, V.; ALAMOUTI, S. M.; POON, P. New Detection schemes for transmit diversity with no channel estimation. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON UNIVERSAL PERSONAL COMMUNICATIONS, ICUPC'98, Florence. *Proceedings...* Florence: IEEE, 1998. v. 2, p. 917-920.

TAROKH, V.; JAFARKHANI, H.; CALDERBANK, A. R. Space-time block coding for wireless communications: performance results. *IEEE J. Select. Areas Commun.* San Diego, CA, p. 451-460, Mar. 1999.

TELATAR, E. Capacity of multi-antenna Gaussian channels. *European Transactions on Telecommunications*, Milano, v. 10, n. 6, p. 585-596, Nov. 1999.

TIDESTAV, C.; STERNAD, M.; AHLÉN, A. Reuse within a cell: interference rejection or multiuser detection? *IEEE Trans. Commun.*, Piscataway, v. 47, p. 1511-1522, Oct. 1999.

SOBRE O AUTOR

Francisco José Alves de Aquino

Técnico em Telecomunicações pela Escola Técnica Federal do Ceará (atual IFCE - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará) em 1988. Engenheiro Eletricista, com ênfase em eletrônica e informática, pela Universidade Federal do Ceará – UFC, 1992. MsC. em Engenharia Elétrica, área de Instrumentação Eletrônica, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, 1998. Dr. em Engenharia Elétrica, área de processamento de sinais aplicado à comunicação, UFSC, 2008. Foi professor nos cursos de Engenharia Eletrônica e Engenharia de Telecomunicações da Universidade de Fortaleza (UNIFOR) de 2000 a 2003. Professor Classe D do IFCE (ex-CEFETCe), desde 1994, lecionando eletricidade, eletrônica, radiotransmissão, processamento digital de sinais, métodos numéricos e equações diferenciais nos cursos técnicos e superiores (Tecnólogo em Telemática, Engenharia de Computação e Engenharia de Telecomunicações).

Recebido em: 22.09.2009

Aceito em: 16.11.2009

Revisado em: 21.11.2009